نام آزمون: لگاریتم و تابع نمایی کنکور تجربی

تلفن سبقت: ۰۵۱۳۸۱۱۷ و ۰۹۳۵۰۶۲۱۰۰۶

سایت سبقت: sebghatebartar.com

مهدی شاکریان

تابع نمایی

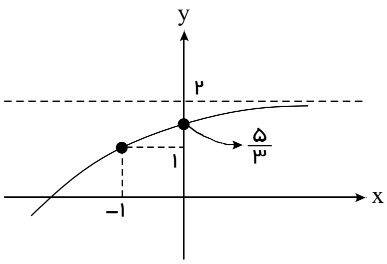
۱ معادلهٔ $x^{۶}=۲^{۳x}$ چند ریشهٔ مثبت دارد؟ قلم چی - ۱۳۹۸

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۲ نمودار وارون تابع $f(x)=۲(۲^{x-۱}-۱)$ از کدام ناحیه‌ی دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟ قلم چی - ۱۳۹۴

① اول ② دوم ③ سوم ④ چهارم

۳ نمودار تابع نمایی $y=a-b^{x+c}$ مطابق شکل زیر است. حاصل $۳b+a+c$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۸



① ۶

② ۵

③ ۴

④ ۳

۴ نمودار تابع $f(x)=۱-۲^{۱-۲x}$ از کدام نواحی محورهای مختصات نمی‌گذرد؟ قلم چی - ۱۳۹۸

① فقط دوم ② فقط اول ③ اول و دوم ④ سوم و چهارم

۵ مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $(۲\sqrt{۲})^{۲x} \geq \frac{۱}{۲^{x-۱}}$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۸

① $x \geq \frac{۱}{۴}$ ② $x \leq \frac{۱}{۴}$ ③ $x \geq \frac{۱}{۲}$ ④ $x \leq \frac{۱}{۲}$

۶ از معادلهٔ $۴^{x}-۴+\left(\frac{۱}{۴}\right)^{x-۱}=۰$، مقدار x کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۸

① صفر ② ۱ ③ $\frac{۱}{۲}$ ④ $\frac{۱}{۴}$

۷ جواب نامعادلهٔ $۲^{x} \geq x^{۲}$ شامل چند عدد طبیعی است؟ قلم چی - ۱۳۹۸

① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ بی‌شمار

۸ جواب معادلهٔ $(\frac{۱}{۲})^{x}=۲۰$ در کدام بازه قرار دارد؟ قلم چی - ۱۳۹۸

① $(-۳,-۲)$ ② $(-۴,-۳)$ ③ $(-۵,-۴)$ ④ $(-۶,-۵)$

۹ نمودارهای دو تابع $f(x)=۴^{x}$ و $g(x)=(\frac{۱}{۲})^{۲x}+\frac{۳}{۲}$ در نقطه‌ی A متقاطع‌اند. فاصله‌ی نقطه‌ی A تا نقطه‌ی $(-\frac{۱}{۲},۱)$، کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۹۶

① ۱ ② $\sqrt{۲}$ ③ ۲ ④ $\sqrt{۵}$

۱۰) نمودار یک تابع به‌صورت $f(x)=-۲+(\frac{۱}{۲})^{Ax+B}$، نمودار تابع $g(x)=x^۲-x$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند. $f(۳)$ کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۸

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۱) خط $y=۱۲$ نمودار تابع $f(x)=(\sqrt{۳})^x$ را در کدام بازه قطع می‌کند؟

قلم چی - ۱۳۹۸

۱) $(۲,۳)$ ۲) $(۳,۴)$ ۳) $(۴,۵)$ ۴) $(۵,۶)$

۱۲) نمودار یک تابع به‌صورت $f(x)=۳^{Ax+B}$، نمودار تابع $g(x)=x^۲$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع می‌کند. عرض نقطهٔ تلاقی تابع f با محور yها، کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۸

۱) $\frac{۱}{۲۷}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\sqrt{۳}$

۱۳) جواب معادلهٔ $\sqrt{۲۷}\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲۴۳}\right)^{۳-x}=\frac{\sqrt{۳}}{۲۷}\left(\frac{۱}{\sqrt[۳]{۳}}\right)^{x}$ کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۸

۱) $-\frac{۵۷}{۲۹}$ ۲) $-\frac{۶۷}{۳۱}$ ۳) $\frac{۵۷}{۲۹}$ ۴) $\frac{۳۱}{۶۷}$

۱۴) از معادلهٔ زیر حاصل $\frac{x}{y}$ برابر با کدام گزینه می‌باشد؟

قلم چی - ۱۳۹۸

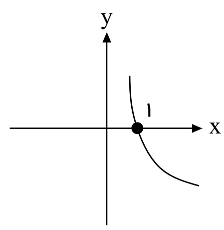
$$\frac{۷۲^{x+y}}{۲۷^{x}}=\left(\frac{۱}{۳۶}\right)^{۳}$$

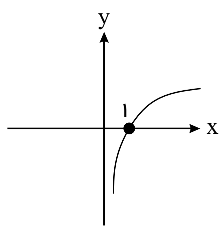
۱) $-\frac{۸}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) -۴ ۴) $-\frac{۱}{۴}$

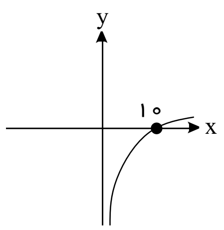
لگاریتم

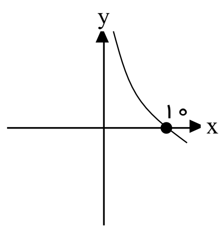
۱۵) کدام منحنی مربوط به نمودار $y=\log_{۰/۱}x$ است؟

قلم چی - ۱۳۹۸

۱)


۲)


۳)


۴)


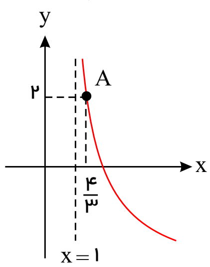
۱۶) در بازه‌ی (a,b) نامعادله‌ی $\log_{۵}^{x}<\log_{۲}^{x}$ برقرار است. بیش‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۵

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) $\log ۳$ ۴) ۱۰

۱۷) اگر نمودار تابع $f(x)=۲\log_{b}^{(x+a)}$ به‌صورت زیر باشد، مقدار ab کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۷



۱) ۳ ۲) -۳ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $-\frac{۱}{۳}$

۱۸ اگر $f(x)=۲^x$ ، آن‌گاه دامنه‌ی تابع $y=\sqrt{x-f^{-۱}(x)}$ کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۵

① R ② $(۱,+\infty)$ ③ $(۰,+\infty)$ ④ $\varnothing$

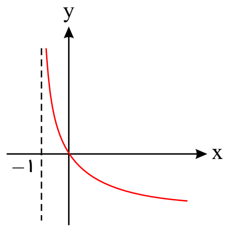
۱۹ اگر $f(x)=\log_۳^{(x-۱)}$ ، آن‌گاه دامنه‌ی تعریف تابع $y=\sqrt{۴-f^{-۱}(x)}$ شامل چند عدد طبیعی است؟ قلم چی- ۱۳۹۶

① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

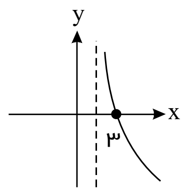
۲۰ شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y=\log_۲^{U(x)}$ است. $U(x)$ کدام است؟ سراسری- ۱۳۹۸

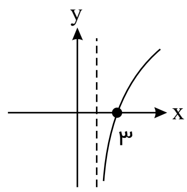
① $x+۱$ ② $(x+۱)^{-۱}$

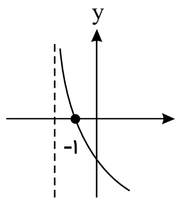
③ $x-۱$ ④ $۱-x$

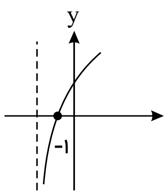


۲۱ نمودار تابع $y=-\log_{\frac{۱}{۲}}^{(x+۲)}$ شبیه کدام گزینه است؟ قلم چی- ۱۳۹۸

①


②


③


④


۲۲ دامنهٔ تابع $y=\log(۱۶-x^۲)+\dfrac{x}{\log(x+۱)}$ شامل چند عدد صحیح است؟ قلم چی- ۱۳۹۸

① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ فاقد عدد صحیح

۲۳ کدام گزینه در مورد نمودار تابع $y=-\log_۲^{(x+۲)}$ درست است؟ قلم چی- ۱۳۹۸

① نمودار محور yها را در نقطه با عرض یک قطع می‌کند.

② نمودار از مبدأ مختصات می‌گذرد.

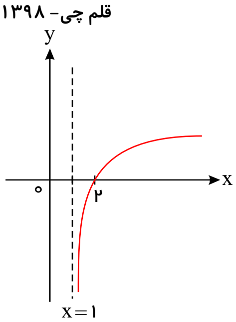
③ نمودار از ناحیهٔ سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد.

④ نمودار از ناحیهٔ اول محورهای مختصات نمی‌گذرد.

۲۴ نمودار تابع $y=\log_۲^{(x-a)}+b$ به‌صورت مقابل است. $a+b$ کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۸

① صفر ② ۱

③ -۱ ④ ۲



۲۵ با فرض $\log_۲^۹=x$ ، حاصل $\log_۶^۲$ کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۴

① $\dfrac{۲}{۲+x}$ ② $\dfrac{۱}{۲+x}$ ③ $\dfrac{۱}{۱+۲x}$ ④ $\dfrac{۲}{۱+۲x}$

۲۶ اگر $۴^a=۲\sqrt{۲}$ ، لگاریتم $(۴a+۱)$ در پایه ۴ کدام است؟ سراسری- ۱۳۸۸

① ۱ ② $\sqrt{۲}$ ③ ۲ ④ $\dfrac{۳}{۲}$

۲۷ لگاریتم عددی در پایه‌ی ۴ برابر $\dfrac{۱۵}{۴}$ است. لگاریتم مجذور معکوس این عدد در پایه‌ی ۸ کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۴

① $\dfrac{۵}{۲}$ ② -۳ ③ $\dfrac{۳}{۲}$ ④ -۵

۲۸ اگر $۹^{۲k} = ۳\sqrt{۳}$ باشد، حاصل لگاریتم $۸k + ۳$ در پایه‌ی ۶ کدام است؟ — قلم چی - ۱۳۹۷

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۹ اگر $\log_۲^{۱۲} = \alpha$ باشد، عدد $۴^{\alpha-۲}$ کدام است؟ — خارج از کشور - ۱۳۸۶

(۱) $\frac{۹}{۲}$ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۸

۳۰ حاصل عبارت $\log_۹^{۲۷} - ۱۰^{\log \frac{۱}{۲}}$ کدام است؟ — قلم چی - ۱۳۹۷

(۱) ۲٫۵ (۲) ۰٫۵ (۳) ۱ (۴) ۱٫۵

۳۱ حاصل عبارت $\log_{۰٫۲}^{۶۲۵} + ۹^{\log_۳ \sqrt{۵}}$ کدام است؟ — قلم چی - ۱۳۹۶

(۱) -۱ (۲) -۹ (۳) ۹ (۴) ۱

۳۲ اگر $\log ۲ \simeq ۰٫۳$ و $\log ۶ \simeq ۰٫۷۸$ باشد، حاصل $\log ۱۵$ کدام است؟ — قلم چی - ۱۳۹۸

(۱) ۱٫۱۲ (۲) ۱٫۱۸ (۳) ۱٫۰۸ (۴) ۱٫۲۲

۳۳ اگر $\log ۵ = ۳k$ باشد، $\log \sqrt[۳]{۱٫۶}$ کدام است؟ — خارج از کشور - ۱۳۹۰

(۱) $۱ - ۴k$ (۲) $۲ - ۵k$ (۳) $۱ - ۲k$ (۴) $۱ - k$

۳۴ اگر $\log ۲ = k$ باشد حاصل $\log(۶ - ۲\sqrt{۵}) + ۲\log(۱ + \sqrt{۵})$ کدام است؟ — سراسری - ۱۳۹۰

(۱) $۲ + ۴k$ (۲) $۴k$ (۳) $۱ + k$ (۴) $۲k$

۳۵ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = a + \log_۲^{(bx-۴)}$، از دو نقطه‌ی $(۲, ۶)$ و $(۱۲, ۱۰)$ می‌گذرد. a کدام است؟ — سراسری - ۱۳۹۶

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۶ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = a + \log_۲{(۳x+b)^۲}$، از دو نقطه‌ی $(۵, ۱۱)$ و $(۲۱, ۱۵)$ می‌گذرد، a کدام است؟ — خارج از کشور - ۱۳۹۶

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

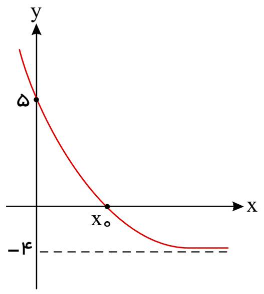
۳۷ اگر لگاریتم a در پایه‌ی $\sqrt{۳}$ برابر $\frac{۴}{۳}$ باشد آنگاه لگاریتم $(a^۳ + ۷)$ در پایه‌ی ۸ کدام است؟ — سراسری - ۱۳۸۷

(۱) $\frac{۲}{۳}$ (۲) $\frac{۴}{۳}$ (۳) $\sqrt{۲}$ (۴) $\frac{۳}{۲}$

۳۸ اگر تابع $f(x) = a + \log_۲^{(bx+۶)}$ محور xها را در نقطه‌ای به طول یک قطع کند و $f(۵) = ۱$؛ آنگاه $f(-۱)$ کدام است؟ — قلم چی - ۱۳۹۸

(۱) ۵ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) صفر

۳۹ نمودار تابع به معادله‌ی $y = ۳^{a-x} + b$ مطابق شکل زیر است. $x_۰$ کدام است؟ — قلم چی - ۱۳۹۷



(۱) $۲ - \log_۳^۵$
(۲) $۳ - \log_۵^۴$
(۳) $۲ - \log_۳^۴$
(۴) $۳ - \log_۳^۵$

۴۰ حاصل $\left(\frac{۱}{۲}\right)^{\log_۴^{۲۵} + ۲}$ کدام است؟ — قلم چی - ۱۳۹۸

(۱) ۰٫۰۵ (۲) ۰٫۰۱ (۳) ۰٫۵ (۴) ۰٫۱

قلم چی - ۱۳۹۸

۴۱) اگر $\log_{۲}^{۳} = k$ باشد، حاصل $\frac{\log ۱۲ + \log ۲}{\log ۱۲ - \log ۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{k+۱}{k+۳}$ ۲) $\frac{۳k+۱}{k+۱}$ ۳) $\frac{k+۳}{k+۱}$ ۴) $\frac{k+۱}{۳k+۱}$

سراسری - ۱۳۹۸

۴۲) اگر $\left(\frac{۱۲۵}{۸}\right)^{x^۲} = (۰/۴)^{۲x-۱}$ باشد، $\log_{۸}^{(۹x+۱)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

قلم چی - ۱۳۹۴

۴۳) اگر $A = \sqrt{۲} - ۱ \ , \ B = \sqrt{۲} + ۱$ حاصل $\log_{۲}(-\sqrt[۵]{A^۲ - B^۲})$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

قلم چی - ۱۳۹۵

۴۴) اگر $\log ۲ = k$، آن گاه حاصل $A = \frac{۱}{۲}\log(۷ + ۲\sqrt{۶}) + \log(\sqrt{۶} - ۱)$ کدام است؟

۱) k ۲) $۲ - ۲k$ ۳) $۱ - k$ ۴) $۲k$

قلم چی - ۱۳۹۵

۴۵) اگر $\frac{۹}{۸} = ۲^{x+۲} + ۲^{x-۱}$، آن گاه حاصل لگاریتم $|x^۳ - ۱|$ در پایه‌ی ۳ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

قلم چی - ۱۳۹۷

۴۶) حاصل عبارت $(\log_{۶}^{۳})^۲ + \log_{۶}^{۱۸} \times \log_{۶}^{۲}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۲

قلم چی - ۱۳۹۷

۴۷) اگر $۳^a = ۵$ و $۵^b = ۹\sqrt{۳}$ حاصل $\log_{۴}^{(ab-۲)}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) -۲ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

قلم چی - ۱۳۹۸

۴۸) اگر $\log_{۲}^{۵} = a$ و $۲^b = ۰/۴$، آنگاه حاصل $\log_{۵}^{a+b}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۲

قلم چی - ۱۳۹۵

۴۹) اگر $\log_{۲}^{x} = ۲$ و $\log_{\sqrt{۲}}^{y} = \frac{۱}{۲}$ باشد، حاصل $\log_{xy}^{۲\sqrt{۲}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

قلم چی - ۱۳۹۶

۵۰) حاصل $\log_{۲\sqrt[۳]{۴\sqrt{۲}}}^{\sqrt[۶]{۸\sqrt{۳۲}}}$ برابر کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{۱}{۴}$

قلم چی - ۱۳۹۸

۵۱) اگر $\log_{۲}^{۳} = a$ باشد، حاصل $\log_{۶}^{۱۸}$ کدام است؟

۱) $\frac{a}{۲a+۱}$ ۲) $\frac{a+۲}{a+۱}$ ۳) $\frac{a+۱}{۲a}$ ۴) $\frac{۲a+۱}{a+۱}$

قلم چی - ۱۳۹۶

۵۲) نمودار تابع $y = \log(ax+b)$ ، محور xها را در نقطه‌ای با طول $-۱۰/۱$ قطع می‌کند. اگر دامنه‌ی این تابع، بازه‌ی $(-\infty, -۱۰)$ باشد، مقدار $\log\sqrt{ab}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۵۳ حاصل $\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{-2+\log_{0.5}^{9}}$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۵

(۱) ۷۲ (۲) ۱۴۴ (۳) ۲۱۶ (۴) ۳۲۴

۵۴ حاصل عبارت $\log_{39}^{117} \times \log_{39}^{13} + \left(\log_{39}^{3}\right)^{2}$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۸

(۱) صفر (۲) -1 (۳) -2 (۴) ۱

۵۵ اگر $5 = \log_{2}^{(x^3+5)}$، آن گاه حاصل $\log_{5}^{(x^2-4)}$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۵

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۵۶ از تساوی $\log_x(x^2+4) = 1 + \log_x^5$، مقدار لگاریتم x در پایه‌ی ۲ ، کدام است؟ سراسری - ۱۳۹۳

(۱) -1 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۵۷ از معادله‌ی لگاریتمی $\log_3^{(2x^2+1)} - \log_3^{(x+2)} = 1$ ، مقدار لگاریتم $(2x-1)$ در پایه‌ی ۸، کدام است؟ سراسری - ۱۳۹۵

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۵۸ از دو معادله‌ی دومجهولی $3^{2x+y} = 9 \times 3^{x-y}$ و $\log(x+2y) = 1 + \log y$، مقدار x کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۹۶

(۱) ۱٫۲ (۲) ۱٫۴ (۳) ۱٫۵ (۴) ۱٫۶

۵۹ اگر $4\sqrt{2} = 4^x$ و $1 + \log\sqrt{x+1} = \log y$ باشد مقدار y کدام است؟ سراسری - ۱۳۸۵

(۱) ۷٫۵ (۲) ۱۲٫۵ (۳) ۱۵ (۴) ۲۵

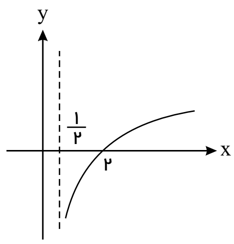
۶۰ از دو معادله‌ی $\log_3 x + \log_3 y = 2$ و $x^2 + y^2 = 46$، لگاریتم $(x+y)$ در پایه‌ی ۴ کدام است؟ سراسری - ۱۳۸۹

(۱) ۱٫۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۲٫۵

۶۱ اگر $\log 3 + \log\sqrt[4]{3} = \log(81)^k$، آنگاه لگاریتم $\frac{5}{k}$ در پایه‌ی ۲ کدام است؟ سراسری - ۱۳۸۶

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶۲ شکل زیر، نمودار تابع $y = -1 + \log_{b}^{(2x+a)}$ است. این منحنی خط $y = 1$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟ خارج از کشور - ۱۳۹۸



(۱) ۴ (۲) ۵

(۳) ۶ (۴) ۷

۶۳ از دو معادله‌ی $\log(y+2) = 1$ و $\log(y-x) + \log(4x+y) = 2$، مقدار x کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۸۷

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۴ از دو معادله‌ی $4^x + 2^x = 72$ و $\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2$، مقدار y کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۹۲

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۶۵ اگر $\log_a^x = 1 - 2\log_a^3$ ، آنگاه لگاریتم x در مبنای $\frac{\sqrt{a}}{3}$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۴

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۶۶) از تساوی $\log_x^{3x+8} = 2 - \log_x^{x-6}$، مقدار لگاریتم x در پایه‌ی ۴، کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۹۳

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

۶۷) از دو معادله‌ی دو مجهولی $2^{x-7} \times 4^{x+y} = 1$ و $\log y = 2\log 3 + \log x$، مقدار y کدام است؟ سراسری - ۱۳۹۶

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۸) از تساوی $\log_{\sqrt{x}}^{(x+4)} = 1 + \log_x^{(5x+8)}$، مقدار لگاریتم x در پایه‌ی $\sqrt{8}$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۷

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۱

۶۹) اگر $3^{x^2-2} = 81^x$ باشد، $\log_6^{(x-2)}$ کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۹۸

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۷۰) از معادله‌ی $\log_3(\log_2\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}}}) = -2$، مقدار x کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۴

۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۲۷ ۴) ۲۴

۷۱) اگر $\log_{x-1}^{3x-1} = 3$، آنگاه $\log_{\frac{1}{3}}^{2x+3}$ چقدر است؟ قلم چی - ۱۳۹۴

۱) ۳ ۲) -3 ۳) ۲ ۴) -2

۷۲) اگر $9^a = 27\sqrt{3}$ و $\log\sqrt{b} - \log(2-a) = 1$، مقدار b کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۴

۱) ۶٫۲۵ ۲) ۴٫۵ ۳) ۲٫۵ ۴) ۲۵

۷۳) از معادله‌ی لگاریتمی $2\log x = 1 + \log(x + \frac{12}{5})$، مقدار $\log_5^{(2x+1)}$ کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۸۵

۱) -1 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۷۴) نمودار دو تابع با معادله‌های $y = \log(x^2-1)$ و $y = 1 + \log(x+1)$ یکدیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند؟ قلم چی - ۱۳۹۵

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۷۵) حاصل ضرب جواب‌های معادله‌ی $(\log_2^x)^2 - 9\log_8^x = 4$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۵

۱) ۸ ۲) $\frac{1}{8}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) ۴

۷۶) از معادله‌ی لگاریتمی $\log(x^2-x-6) - \log(x-3) = \log(2x-5)$، مقدار لگاریتم $\sqrt[3]{x+1}$ در پایه‌ی ۴، کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۹۵

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) ۱

۷۷) اگر $\log(2^x+8) = \log 2 + x\log 2$، آنگاه حاصل $\frac{\log_x^3 + 3}{\log_3^x + 1}$ برابر کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۵

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) ۳ ۴) ۲

۷۸) مجموع مربعات جواب‌های معادله‌ی $\log_2^{4x^2+8x+4} = \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2x+8}} + 3$ برابر است با: قلم چی - ۱۳۹۵

۱) ۲۵ ۲) ۳۴ ۳) ۹ ۴) ۲۹

۷۹) معادله‌ی لگاریتمی $\log(3x+1)+2\log\sqrt{x-2}=\frac{1}{2}\log(x^2-2x+1)+\log(x+2)$ را در نظر بگیرید اگر α ریشه‌ی این معادله باشد، حاصل $\log_{5}^{(4\alpha+13)}$ کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۶

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۰) اگر $x=1$ یک جواب معادله‌ی $\log_{2}^{x+a}=\log_{2}^{\frac{2}{x}}+2$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۶

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) معادله جواب دیگری ندارد

۸۱) اگر $\log_{x}^{(3x-1)}+\log_{x}^{(x+1)}=2$ باشد، حاصل $\log_{2}^{(x^2+x+\frac{7}{2})}$ کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۶

۱) ۳ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

۸۲) اگر $3^{x-1}+3^{x+1}=90$ و $\log_{16}^{2x}+\log_{4}^{y}=1$، مقدار y چند برابر $\sqrt{6}$ است؟ قلم چی- ۱۳۹۶

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۲

۸۳) معادله‌ی $\log(\log x^2)=\log(10-\log x)-\log 2$، چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟ قلم چی- ۱۳۹۷

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۸۴) اگر $2^{2y}+2^{y}=2$ و $x\log(x+y)+\log x-x-1=0$ باشد، حاصل $x+y$ کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۷

۱) ۱۰ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) -9

۸۵) اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادلهٔ $\log_{3}^{(9^x+18)}=2+x$ باشند، مقدار $|x_2-x_1|$ کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۸

۱) $\log_{3}^{2}$ ۲) $\log_{3}^{6}$ ۳) $1-\log_{3}^{6}$ ۴) $1+\log_{3}^{6}$

۸۶) از معادلات $\log x=2\log y-\log 3$ و $9^{y-x}\times 3^{x-3}=1$، حاصل $x+y$ کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۸

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۱۲ ۴) ۶

۸۷) اگر $4^x-2^{x+2}=32$ و $\log(x+1)+\log(2y-x)=1$ باشد، آنگاه مقدار y کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۸

۱) ۲ ۲) ۲٫۲۵ ۳) ۲٫۵ ۴) ۲٫۷۵

۸۸) از تساوی $\log(2x-1)+\frac{1}{2}\log x^2=\log 3$، مقدار لگاریتم $\frac{x}{3}$ در مبنای ۴ کدام است؟ خارج از کشور- ۱۳۸۸

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۸۹) اگر $2^x\times 4^y=\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ و $\log_{3}^{(x+y)}=1+\log_{3}^{(x-y)}$ باشد، آنگاه مقدار x کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۸

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{1}{16}$

۹۰) از تساوی $\log_{2}^{(x+5)}-\log_{4}^{(x+1)}=2$، مقدار $\log_{(x+1)}^{\sqrt{x-1}}$ کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۸

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{1}{16}$

۹۱) اگر $3^{2x}-2\times 3^x=-1$ و $\log_{81}^{9\sqrt{3}}=\frac{y}{8}$ باشد، حاصل $\log_{(x+y)}^{5y}$ کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۸

۱) ۸ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۲

۹۲) اگر $\log_{x}^{(2x+6)}=\log_{\sqrt{x}}^{(x+3)}-1$ باشد، آنگاه حاصل $\log_{27}^{\sqrt[4]{x}}$ کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۸

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{12}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{6}$

۹۳ با توجه به دو معادلهٔ $2^x \times 16^y = 32$ و $\log_3^{(x+y)} = 2 - \log_3^2$، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۸

① ۱۶ ② ۱۳ ③ ۲۶ ④ ۳۲

۹۴ اگر $a = \log_4^b$، آن‌گاه معادله‌ی $3^{x-a} = 2^{x^2}$ فقط یک جواب دارد. b کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۵

① $\frac{1}{3}$ ② ۳ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۹۵ در بازهٔ (a, b) نمودار تابع $y = \log_3^{1-x}$ پائین‌تر از نمودار تابع $y = \log_3^x - 1$ قرار می‌گیرد. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۸

① ۲ ② ۱ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$

۹۶ از دستگاه معادلات $\begin{cases} \log(x^2 + 4y^2) = 2\log\sqrt{2} + \log 23 \\ \log x + \log y = 2\log 3 - \log 2 \end{cases}$، حاصل لگاریتم $x + 2y$ در مبنای ۱۶ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۴

① ۰٫۵ ② ۱٫۲۵ ③ ۰٫۷۵ ④ ۱٫۵

۹۷ از دو معادله‌ی $x^2 - y^2 = 32, \log_2^x = 1 + \log_2^{y+1}$، مقدار لگاریتم $(x+y)$ در پایه‌ی ۴، کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۸۹

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ ۲

۹۸ حاصل‌جمع جواب‌های معادله‌ی $\log_x^{5x} - \frac{1}{2}\log_5^{x^2} = 1$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۴

① $\frac{13}{25}$ ② $\frac{18}{25}$ ③ $\frac{9}{5}$ ④ $\frac{26}{5}$

۹۹ اگر حاصل عبارت $A = 2^{(\log_{\sqrt{2}}^4 - \log_2^x)}$ برابر با یک باشد، آن گاه مقدار $\log_{\frac{1}{2}}^{\sqrt[3]{x}}$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۴

① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{3}{7}$

۱۰۰ هر گاه $\log_5^{25x^2} + \log_x^{25} = 7$ باشد، آنگاه $\log_{16}^{(x^2+3)}$ کدام می‌تواند باشد؟ قلم چی - ۱۳۹۴

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$

۱۰۱ اگر $\log_4^{x+1} = \log_3^{\sqrt{3}} + \log_2^{\sqrt{x-1}}$، آن گاه حاصل $\log_4^{3x-1}$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۵

① ۱ ② ۱٫۵ ③ ۲ ④ ۲٫۵

۱۰۲ حاصل $[\log_2^{2+\sqrt{3}} - \log_2^{2-\sqrt{3}}]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.) قلم چی - ۱۳۹۶

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۰۳ اگر به بزرگی زمین‌لرزه‌ای برحسب ریشتر حداقل ۴ واحد اضافه شود، مقدار انرژی آزادشده برحسب ارگ حداقل چند برابر می‌شود؟
$(\log E = 11/8 + 1/5M)$ قلم چی - ۱۳۹۸

① ۱۰۰ ② ۱۰۰۰ ③ ۱۰۰۰۰۰ ④ ۱۰۰۰۰۰۰

۱۰۴ یک دانش‌آموز، بعد از شرکت در n آزمون می‌تواند به درصد $f(x) = 100 - 90\left(2^{-0/4n}\right)$ در درس ریاضی برسد. بعد از شرکت در چند آزمون انتظار می‌رود این دانش‌آموز به درصد ۷۰ در درس ریاضی برسد؟ $(\log_2^3 \simeq 1/6)$ قلم چی - ۱۳۹۸

① ۴ ② ۵ ③ ۳ ④ ۶

۱۰۵ مقدار انرژی آزادشده (E) از یک زلزلهٔ M ریشتری برحسب ارِگ از رابطهٔ $\log E = 11/8 + 1/5M$ به‌دست می‌آید. مقدار انرژی آزادشده از یک زلزلهٔ ۳٫۶ ریشتری چند برابر یک زلزلهٔ ۳٫۲ ریشتری است؟ قلم چی - ۱۳۹۸

① $\sqrt[5]{10^4}$ ② $\sqrt[5]{10^3}$ ③ $\sqrt[5]{10^2}$ ④ $\sqrt[5]{10}$

۱۰۶ تکثیر گونه‌ای از باکتری‌ها به این صورت است که هر باکتری بعد از مدت زمان یک ربع ساعت به دو قسمت تقسیم می‌شود. اگر نوع خاصی از یک بیماری با تعداد ۵۰ باکتری شروع شود، پس از گذشت چند ساعت تعداد باکتری‌های تولیدشده به ۱۲۸۰۰ خواهد رسید؟ (با فرض این‌که هیچ کدام از باکتری‌ها از بین نرود.) قلم چی- ۱۳۹۸

۱) ۸ ۲) ۲ ۳) ۱۶ ۴) ۴

۱۰۷ اگر انرژی آزادشده در یک زلزله $۲/۵ \times ۱۰^{۱۸}$ ارگ باشد، قدرت آن زلزله چند ریشتر بوده است؟ قلم چی- ۱۳۹۸

$(\log ۲ \simeq ۰/۳ \,,\, \log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M)$

۱) ۴/۲ ۲) ۴/۴ ۳) ۴/۶ ۴) ۴/۸

۱۰۸ در یک سال گذشته، زلزله‌ای به قدرت ۶ ریشتر شهر A و زلزله‌ای به قدرت ۴/۷ ریشتر شهر B را لرزاند، مقدار انرژی آزاد شده بر اثر زلزلهٔ اتفاق افتاده در شهر A تقریباً چند برابر شهر B است؟ $(\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M)$ قلم چی- ۱۳۹۸

۱) ۱۰ ۲) ۹۰۰۰ ۳) ۹۰ ۴) ۲۰۰

۱۰۹ دو نوع ویروس A و B را کشت می‌دهیم. در این کشت، جمعیت ویروس A پس از ۵ دقیقه و جمعیت ویروس B پس از ۴ دقیقه دوبرابر می شود. اگر جمعیت اولیهٔ ویروس A به میزان ۹ برابر جمعیت اولیهٔ ویروس B باشد، پس از ۱۷ دقیقه جمعیت ویروس A چند برابر جمعیت ویروس B خواهد بود؟ $(۲^{۰/۸۵} \approx ۱/۸)$ قلم چی- ۱۳۹۸

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

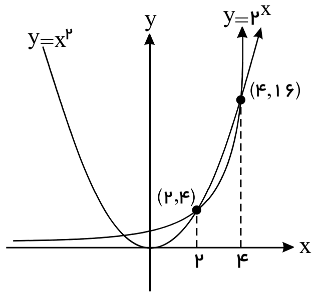
پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۴ ۳ **۲** ۱

از دو طرف ریشهٔ سوم می‌گیریم:

$$\sqrt[۳]{۲^{۳x}}=\sqrt[۳]{x^{۶}}\rightarrow ۲^{x}=x^{۲}$$

با توجه به شکل مقابل، این معادله دو ریشهٔ مثبت دارد:

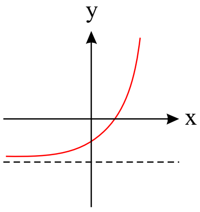


متوسط

۲ **۴** ۳ ۲ ۱

داریم $۲-۲^{x}=y \Leftarrow (۱-{}^{۱-x}۲)۲=f(x)$ ...

داریم $f(x)=۲(۲^{x-۱}-۱)\Rightarrow y=۲^{x}-۲$ نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع f از ناحیه‌ی دوم دستگاه مختصات نمی‌گذرد. از آن جا که نمودار تابع f و نمودار وارون آن نسبت به نیم‌ساز ربع اول و سوم دستگاه مختصات قرینه هستند، پس نمودار وارون تابع f از ناحیه‌ی چهارم دستگاه مختصات نخواهد گذاشت.



متوسط

۳ ۴ **۳** ۲ ۱ نمودار تابع داده شده قرینهٔ یک تابع نمایی نزولی نسبت به محور xها است که دو واحد به بالا انتقال داده شده است، پس $a=۲$، لذا خواهیم داشت:

$$y=۲-b^{x+c}$$

نقاط $\left|\begin{matrix}-۱\\ ۱\end{matrix}\right.$ و $\left|\begin{matrix}۰\\ \frac{۵}{۳}\end{matrix}\right.$ روی نمودار تابع قرار دارند، بنابراین:

$$\left|\begin{matrix}۰\\ \frac{۵}{۳}\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}\frac{۵}{۳}=۲-b^{۰+c}\Rightarrow b^{c}=\frac{۱}{۳}\quad(\star)$$

$$\left|\begin{matrix}-۱\\ ۱\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}۱=۲-b^{-۱+c}\Rightarrow b^{-۱+c}=۱\Rightarrow b^{-۱}\times b^{c}=۱\xrightarrow{(\star)}\frac{۱}{۳}b^{-۱}=۱\Rightarrow b=\frac{۱}{۳}\ ,\ c=۱$$

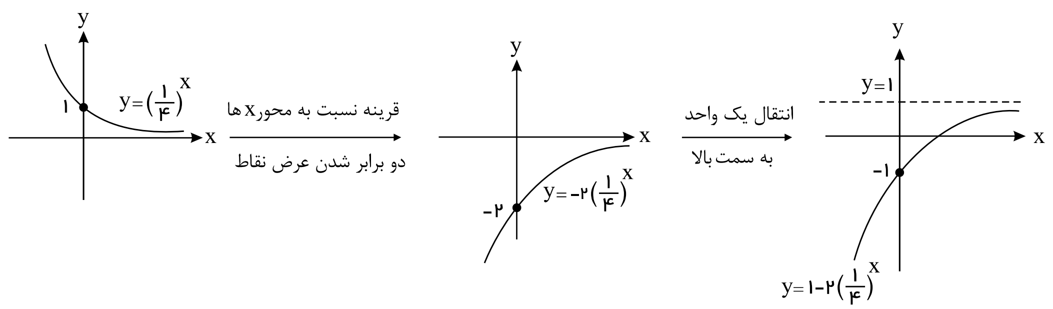
درنتیجه:

$$۳b+a+c=۳\times\frac{۱}{۳}+۲+۱=۴$$

متوسط

۴ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$f(x)=۱-۲^{۱-۲x}=۱-(۲^{۱}\times ۲^{-۲x})=۱-۲(\frac{۱}{۲^{۲}})^{x}\rightarrow f(x)=۱-۲(\frac{۱}{۴})^{x}$$



نمودار تابع از ناحیهٔ دوّم عبور نمی‌کند.

متوسط

۵ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\frac{1}{2^{x-1}} \geq (2\sqrt{2})^{2x} \to 2^{1-x} \geq (2\times 2^{\frac{1}{2}})^{2x} \to 2^{1-x} \geq (2^{\frac{3}{2}})^{2x}$$

$$\to 2^{1-x} \geq 2^{3x} \to 1-x \geq 3x \to 1 \geq 4x \to \frac{1}{4} \geq x$$

آسان

۶ ۴ **۳** ۲ ۱

$$4^x - 4 + (\frac{1}{4})^{x-1} = 0 \to 4^x - 4 + (4^{-1})^{x-1} = 0$$

$$\to 4^x - 4 + 4^{1-x} = 0 \to 4^x - 4 + \frac{4}{4^x} = 0$$

$$\xrightarrow{4^x=t} t - 4 + \frac{4}{t} = 0 \to \frac{t^2-4t+4}{t} = 0 \to t^2 - 4t + 4 = 0$$

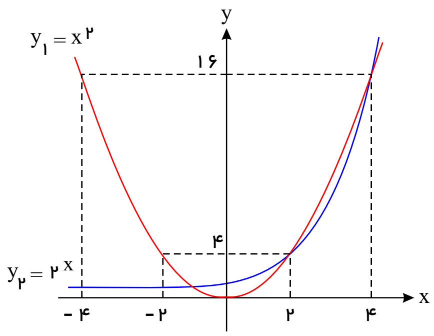
$$\to (t-2)^2 = 0 \to t = 2 \to 4^x = 2 \to 2^{2x} = 2 \to 2x = 1 \to x = \frac{1}{2}$$

متوسط

۷ ۴ ۳ **۲** ۱

نمودار دو تابع $y_1 = x^2$ و $y_2 = 2^x$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.

نامعادلهٔ $x^2 \geq 2^x$ تنها در بازهٔ $[2,4]$ رخ می‌دهد که x^2 بالاتر از 2^x رسم شده است و این بازه شامل ۳ عدد طبیعی ۲، ۳ و ۴ است.



متوسط

۸ ۴ **۳** ۲ ۱

$$(\frac{1}{2})^x = 20 \to 2^{-x} = 20 \quad \text{و} \quad 16 < 20 < 32 \to 2^4 < 2^{-x} < 2^5$$

$$\to 4 < -x < 5 \to -4 > x > -5$$

متوسط

۹ ۴ ۳ **۲** ۱ برای پیدا کردن محل تقاطع دو تابع، کافی است که دو تابع را تلاقی دهیم.

$$\begin{cases} f(x) = 4^x \\ g(x) = (\frac{1}{2})^{2x} + \frac{3}{2} \end{cases} \to 4^x = (\frac{1}{2})^{2x} + \frac{3}{2} \to 4^x = \frac{1}{4^x} + \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{4^x=A} A = \frac{1}{A} + \frac{3}{2} \xrightarrow{\times 2A} 2A^2 = 2 + 3A \to 2A^2 - 3A - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=b^2-4ac} \Delta = 9 - 4(2)(-2) = 9 + 16 = 25 \to \begin{cases} A = \frac{3+5}{4} = 2 \\ A = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$A = 2 \to 4^x = 2 \to 2^{2x} = 2 \to 2x = 1 \to x = \frac{1}{2} \to y = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2 \to A\left|\begin{matrix}\frac{1}{2}\\ 2\end{matrix}\right.$$

$A = -\frac{1}{2} \to 4^x = -\frac{1}{2}$:امکان ندارد

نقطه‌ی تلاقی این دو تابع $A\left|\begin{matrix}\frac{1}{2}\\ 2\end{matrix}\right.$ است.

$A\left|\begin{matrix}\frac{۱}{۲}\\ ۲\end{matrix}\right. \ ,\ B\left|\begin{matrix}-\frac{۱}{۲}\\ ۱\end{matrix}\right. \rightarrow AB=\sqrt{(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲})^۲+(۲-۱)^۲}=\sqrt{۱+۱}=\sqrt{۲}$

متوسط

۱۰ (۴) ۳ ۲ ۱ چون دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ محل برخورد این دو تابع است؛ پس:

$$\begin{cases} f(۱)=g(۱)\rightarrow -۲+(\frac{۱}{۲})^{A+B}=۱-۱\rightarrow (\frac{۱}{۲})^{A+B}=۲\rightarrow ۲^{-A-B}=۲\rightarrow -A-B=۱\\ f(۲)=g(۲)\rightarrow -۲+(\frac{۱}{۲})^{۲A+B}=۴-۲\rightarrow (\frac{۱}{۲})^{۲A+B}=۴\rightarrow ۲^{-۲A+B}=۲^۲\rightarrow -۲A+B=۲\end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases}-A-B=۱\\ -۲A+B=۲\end{cases}\rightarrow A=-۱\ ,\ B=۰\rightarrow f(x)=-۲+(\frac{۱}{۲})^{-x}$$

$$\rightarrow f(۳)=-۲+(\frac{۱}{۲})^{-۳}=-۲+۲^۳=-۲+۸=۶$$

متوسط

۱۱ ۴ (۳) ۲ ۱ باید محدودهٔ جواب معادلهٔ $(\sqrt{۳})^x=۱۲$ را به‌دست آوریم:

$$(۳^{\frac{۱}{۲}})^x=۱۲\rightarrow ۳^{\frac{x}{۲}}=۱۲\xrightarrow{\text{توان ۲}}(۳^{\frac{x}{۲}})^۲=۱۲^۲\rightarrow ۳^x=۱۴۴$$

$$۸۱<۱۴۴<۲۴۳\rightarrow ۳^۴<۳^x<۳^۵\rightarrow ۴<x<۵$$

متوسط

۱۲ ۴ (۳) ۲ ۱ چون دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ محل برخورد این دو تابع است؛ پس:

$$\left.\begin{cases} f(۱)=g(۱)\rightarrow ۳^{A+B}=۱=۳^۰\rightarrow A+B=۰\\ f(۳)=g(۳)\rightarrow ۳^{۳A+B}=۹=۳^۲\rightarrow ۳A+B=۲\end{cases}\right\}\rightarrow A=۱\ ,\ B=-۱$$

پس: $f(x)=۳^{x-۱}\rightarrow f(۰)=۳^{-۱}=\frac{۱}{۳}$

متوسط

۱۳ ۴ (۳) ۲ ۱

$$\frac{\sqrt{۳}}{۲۷}(\frac{۱}{\sqrt[۳]{۳}})^x=\sqrt{۲۷}(\frac{\sqrt{۳}}{۲۴۳})^{۳-x}\rightarrow \frac{۳^{\frac{۱}{۲}}}{۳^۳}(۳^{-\frac{۱}{۳}})^x=۳^{\frac{۳}{۲}}(\frac{۳^{\frac{۱}{۲}}}{۳^۵})^{۳-x}$$

$$\rightarrow ۳^{-\frac{۵}{۲}}\times ۳^{-\frac{x}{۳}}=۳^{\frac{۳}{۲}}(۳^{-\frac{۹}{۲}})^{۳-x}\rightarrow ۳^{-\frac{۵}{۲}-\frac{x}{۳}}=۳^{\frac{۳}{۲}}\times ۳^{\frac{۹x-۲۷}{۲}}$$

$$\rightarrow ۳^{\frac{۱۵-۲x}{۶}}=۳^{\frac{۹x-۲۴}{۲}}\rightarrow \frac{-۱۵-۲x}{۶}=\frac{۹x-۲۴}{۲}$$

$$\rightarrow ۳(۹x-۲۴)=-۱۵-۲x\rightarrow ۲۷x-۷۲=-۱۵-۲x\rightarrow ۲۹x=۵۷\rightarrow x=\frac{۵۷}{۲۹}$$

سخت

۱۴ (۴) ۳ ۲ ۱

$$\frac{۷۲^{x+y}}{۲۷^x}=\left(\frac{۱}{۳۶}\right)^۳\rightarrow \frac{(۲^۳\times ۳^۲)^{x+y}}{(۳^۳)^x}=(\frac{۱}{۲^۲\times ۳^۲})^۳$$

$$\rightarrow \frac{۲^{۳x+۳y}\times ۳^{۲x+۲y}}{۳^{۳x}}=(۲^۲\times ۳^۲)^{-۳}\rightarrow ۲^{۳x+۳y}\times ۳^{-x+۲y}=۲^{-۶}\times ۳^{-۶}$$

$$\rightarrow \begin{cases}۳x+۳y=-۶\\ -x+۲y=-۶\end{cases}\rightarrow x=\frac{۲}{۳},y=-\frac{۸}{۳}$$

پس $\frac{x}{y}=\frac{\frac{۲}{۳}}{-\frac{۸}{۳}}=-\frac{۱}{۴}$ است.

سخت

۱۵ ۴ (۳) ۲ ۱ چون مبنای لگاریتم داده‌شده بزرگ‌تر از یک است بنابراین تابع صعودی است. پس گزینه‌های اول و چهارم حذف می‌شوند. ازطرفی نقطهٔ برخورد تابع با محور

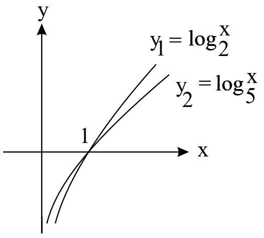
xها از معادلهٔ $y=۰$ به‌دست می‌آید.

$$y=۰ \to \log_{۰/۱}x=۰ \xrightarrow{\log ۱=۰} ۰/۱x=۱ \to x=۱۰$$

بنابراین گزینهٔ سوم صحیح است.

آسان

۱۶ ۴ ۳ ۲ **۱** از مقایسه‌ی نمودار دو تابع با معادله‌های $y_۱=\log_۲^x$ و $y_۲=\log_۵^x$، معلوم می‌شود که بزرگ‌ترین بازه‌ای که نامعادله‌ی مورد نظر سؤال در آن برقرار است ($۰,۱$) است.



متوسط

۱۷ **۴** ۳ ۲ ۱ جلوی لگاریتم باید مثبت باشد یعنی: $x+a>۰ \to x>-a \xrightarrow{\text{با توجه به نمودار } x>۱} a=-۱$

$$f(x)=۲\log_b^{x-۱} \xrightarrow{A\left|\begin{smallmatrix}\frac{۴}{۳}\\ ۲\end{smallmatrix}\right.} ۲=۲\log_b^{\frac{۴}{۳}-۱} \to \log_b^{\frac{۱}{۳}}=۱ \to b=\frac{۱}{۳}$$

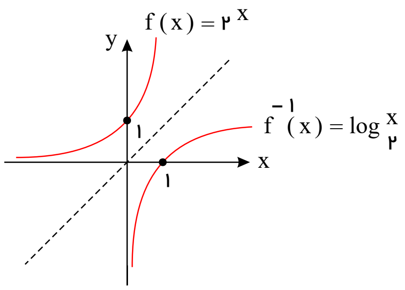
بنابراین $ab=-\frac{۱}{۳}$ است.

متوسط

۱۸ ۴ **۳** ۲ ۱ دامنه‌ی تابع رادیکالی $y=\sqrt{x-f^{-۱}(x)}$ برابر است با:

$$x-f^{-۱}(x)\geq ۰ \Rightarrow x\geq f^{-۱}(x)$$

ابتدا معکوس تابع $f(x)=۲^x$ را رسم می‌کنیم. باتوجه به نامعادله‌ی $x\geq f^{-۱}(x)$، به دنبال محدوده‌ی xهایی هستیم که به ازای آن، نمودار خط $y=x$ بالاتر یا روی نمودار تابع $f^{-۱}(x)$ باشد. باتوجه به شکل در تمام نقاط دامنه‌ی $f^{-۱}(x)$، خط $y=x$ بالاتر از نمودار معکوس f قرار دارد. پس دامنه‌ی تابع مورد نظر $(۰,+\infty)$ می‌شود.



$$D_{f^{-۱}}=(۰,+\infty)$$

متوسط

۱۹ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا باید ضابطه‌ی تابع معکوس را پیدا کنیم برای این منظور x را برحسب y به دست می‌آوریم و سپس yها را به x و x را به $f^{-۱}(x)$ تبدیل می‌کنیم.

$$y=\log_۳^{x-۱} \xrightarrow{\text{تعریف}} x-۱=۳^y \to x=۳^y+۱ \to f^{-۱}(x)=۳^x+۱$$

برای پیدا کردن دامنه‌ی تعریف تابع $y=\sqrt{۴-f^{-۱}(x)}$ کافی است زیر رادیکال را بزرگتر مساوی صفر قرار دهید.

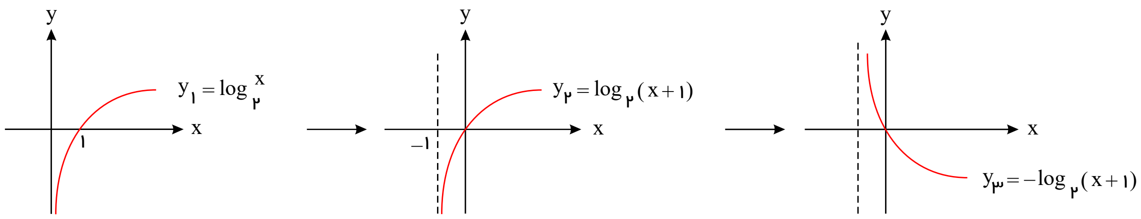
$$۴-f^{-۱}(x)\geq ۰ \to ۴-(۳^x+۱)\geq ۰ \to ۴-۳^x-۱\geq ۰ \to ۳^x\leq ۳^۱ \to x\leq ۱$$

که این جواب شامل یک عدد طبیعی می‌باشد. $(x=۱)$

متوسط

۲۰ ۴ ۳ **۲** ۱ روش اول:

نمودار تابع داده‌شده $y=\log_۲^x$ است که یک واحد به سمت چپ برده شده و سپس نسبت به محور xها قرینه شده است.



پس : $y=-\log_۲^{(x+۱)} \to y=\log_۲^{(x+۱)^{-۱}} \to U(x)=(x+۱)^{-۱}$

روش دوم:

با توجه به شکل، دامنهٔ تابع داده‌شده $x > -۱$ است بنابراین گزینه‌های سوم و چهارم حذف می‌شوند. با توجه به شکل وقتی $x \to (-۱)^+$ نمودار تابع به سمت $+\infty$ می‌رود.

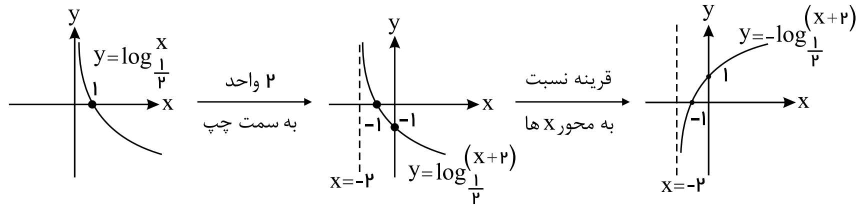
گزینهٔ اول : $\lim\limits_{x\to(-۱)^+} \log_۲(x+۱) = \log_۲ ۰^+ = -\infty$: نادرست

گزینهٔ دوم : $\lim\limits_{x\to(-۱)^+} \log_۲ \dfrac{۱}{x+۱} = \log_۲ \dfrac{۱}{۰^+} = \log_۲(+\infty) = +\infty$: درست

توجه کنید اگر $a > ۱$ باشد $\log_a^{۰^+} = -\infty$ و $\log_a^{+\infty} = +\infty$ است.

متوسط

۲۱) ۱ ۲ ۳ **۴** برای رسم نمودار $y = -\log_{\frac{۱}{۲}}^{(x+۲)}$ به ترتیب زیر عمل می‌کنیم.



متوسط

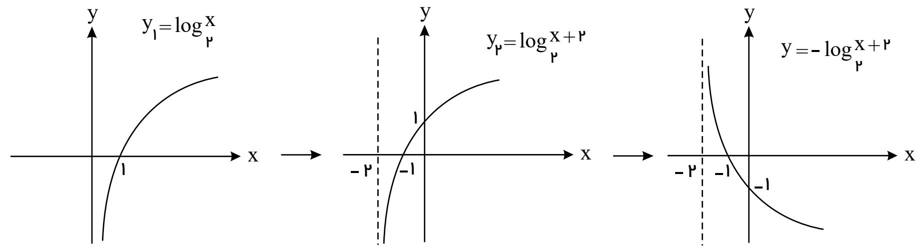
۲۲) ۱ **۲** ۳ ۴ عبارت جلوی لگاریتم باید مثبت و مخرج کسر مخالف صفر باشد:

$$\begin{cases} ۱۶ - x^۲ > ۰ \Rightarrow -۴ < x < ۴ \\ x+۱ > ۰ \Rightarrow x > -۱ \\ \log(x+۱) \neq ۰ \Rightarrow x+۱ \neq ۱ \Rightarrow x \neq ۰ \end{cases} \Rightarrow D_f = (-۱, ۴) - \{۰\}$$

بنابراین دامنهٔ تابع موردنظر شامل اعداد صحیح $\{۱, ۲, ۳\}$ است.

متوسط

۲۳) ۱ ۲ ۳ **۴** نمودار تابع $y = -\log_۲^{(x+۲)}$ را رسم می‌کنیم و داریم:



با توجه به شکل گزینهٔ «۴» درست است.

متوسط

۲۴) ۱ **۲** ۳ ۴

$$\left.\begin{aligned} y = \log_۲^{(x-a)} + b \to x - a > ۰ \to x > a \\ D_f = (۱, +\infty) \to x > ۱ \end{aligned}\right\} \to a = ۱$$

$$y(۲) = ۰ \longrightarrow \log_۲^{۲-a} + b = ۰ \longrightarrow \log_۲^۱ + b = ۰ \longrightarrow ۰ + b = ۰ \longrightarrow b = ۰ \longrightarrow a + b = ۱$$

متوسط

۲۵) **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n \log_k^a \ , \ \log_k^a = \dfrac{۱}{\log_a^k} \ , \ \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}}$

$$\log_۲^۹ = x \Rightarrow ۲\log_۲^۳ = x \Rightarrow \log_۲^۳ = \frac{x}{۲}$$

$$\log_۶^۲ = \frac{۱}{\log_۲^۶} = \frac{۱}{\log_۲^۲ + \log_۲^۳} = \frac{۱}{۱ + \frac{x}{۲}} = \frac{۱}{\frac{x+۲}{۲}} = \frac{۲}{x+۲}$$

آسان

۲۶) **۱** ۲ ۳ ۴

$$۴^a = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow ۲^{۲a} = ۲^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow ۲a = \frac{۳}{۲} \Rightarrow a = \frac{۳}{۴}$$

$$\log_۴^{(۴a+۱)} = \log_۴^{(۴\times\frac{۳}{۴}+۱)} = \log_۴^۴ = ۱$$

آسان

۲۷ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a}$

عدد مورد نظر را a در نظر می‌گیریم، طبق فرض داریم:

$$\log_4^a = \frac{15}{4} \Rightarrow \log_{2^2}^a = \frac{15}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^a = \frac{15}{4} \Rightarrow \log_2^a = \frac{15}{2}$$

$$\log_8^{\frac{1}{a^2}} = \log_{2^3}^{a^{-2}} = \frac{-2}{3}\log_2^a = -\frac{2}{3}\left(\frac{15}{2}\right) = -5$$

آسان

۲۸ ۱ ۲ **۳** ۴

$$3\sqrt{3} = 9^{2k} \to 3\times 3^{\frac{1}{2}} = (3^2)^{2k} \to 3^{\frac{3}{2}} = 3^{4k} \to 4k = \frac{3}{2} \to k = \frac{3}{8}$$

$$\log_6^{8k+3} = \log_6^{8(\frac{3}{8})+3} = \log_6^6 = 1$$

آسان

۲۹ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_b^N = x \to b^x = N}$

$$\log_2^{12} = \alpha \xrightarrow{\text{تعریف}} 2^\alpha = 12$$

$$4^{\alpha-2} = 4^\alpha \times 4^{-2} = (2^2)^\alpha \times \frac{1}{16} = (2^\alpha)^2 \times \frac{1}{16} = \frac{144}{16} = 9$$

آسان

۳۰ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a\ ,\ a^{\log_b^x} = x^{\log_b^a}}$

$$\left.\begin{array}{l}\log_9^{27} = \log_{3^2}^{3^3} = \frac{3}{2}\\ 10^{\log\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}^{\log 10} = \frac{1}{2}\end{array}\right\} \to \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

آسان

۳۱ ۱ ۲ ۳ **۴** می دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a\ ,\ a^{\log_b^x} = x^{\log_b^a}}$

حاصل هر لگاریتم را جداگانه بدست آورده و سپس آنها را با هم جمع می کنیم.

$$\left.\begin{array}{l}\log_{0.2}^{625} = \log_{\frac{2}{10}}^{5^4} = \log_{\frac{1}{5}}^{5^4} = \log_{5^{-1}}^{5^4} = -4\\ 9^{\log_3^{\sqrt{5}}} = \sqrt{5}^{\log_3^9} = \sqrt{5}^{\log_3^{3^2}} = (\sqrt{5})^2 = 5\end{array}\right\} \to -4 + 5 = 1$$

آسان

۳۲ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$ و $\log 5 = 1 - \log 2$ است.

$$\log 6 = \log(2\times 3) = \log 2 + \log 3 \to \log 3 = \log 6 - \log 2 = 0.78 - 0.3 = 0.48$$

پس: $\log 15 = \log 5 + \log 3 = 1 - \log 2 + \log 3 = 0.7 + 0.48 = 1.18$

آسان

۳۳ **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n\log_k^a\ ,\ \log_k^{\frac{a}{b}} = \log_k^a - \log_k^b\ ,\ \log 5 = 1 - \log 2}$

$$\log\sqrt[3]{1.6} = \log(1.6)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\log 1.6 = \frac{1}{3}\log\frac{16}{10}$$

$$= \frac{1}{3}(\log 16 - \log 10) = \frac{1}{3}(4\log 2 - 1) = \frac{1}{3}(4(1-\log 5) - 1) = \frac{1}{3}(3 - 4\log 5)$$

$$= \frac{1}{3}(3 - 12k) = \frac{1}{3}(3(1-4k)) = 1 - 4k$$

متوسط

۳۴ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}\ ,\ \log_k^{a^n} = n\log_k^a}$

$$\log(۶-۲\sqrt{۵})+۲\log(۱+\sqrt{۵})=\log(۶-۲\sqrt{۵})+\log(۱+\sqrt{۵})^{۲}=\log(۶-۲\sqrt{۵})+\log(۱+۵+۲\sqrt{۵})$$

$$=\log(۶-۲\sqrt{۵})+\log(۶+۲\sqrt{۵})=\log\underbrace{(۶-۲\sqrt{۵})(۶+۲\sqrt{۵})}_{\text{مزدوج}}=\log(۳۶-۲۰)=\log ۱۶=\log ۲^{۴}=۴\log ۲=۴k$$

متوسط

۳۵ ۱ ۲ **۳** ۴ می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a-\log_k^b=\log_k^{\frac{a}{b}}}$

کافی است دو نقطه‌ی داده شده را در تابع صدق دهیم.

$$\left|\begin{matrix}۲\\۶\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}۶=a+\log_۲^{۲b-۴}\quad,\quad\left|\begin{matrix}۱۲\\۱۰\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}۱۰=a+\log_۲^{۱۲b-۴}$$

$$-\begin{cases}a+\log_۲^{۲b-۴}=۶\\a+\log_۲^{۱۲b-۴}=۱۰\end{cases}\to\log_۲^{۱۲b-۴}-\log_۲^{۲b-۴}=۴\to\log_۲^{\frac{۱۲b-۴}{۲b-۴}}=۴\xrightarrow{\text{تعریف}}\frac{۱۲b-۴}{۲b-۴}=۲^{۴}=۱۶$$

$$\to ۱۲b-۴=۳۲b-۶۴\to ۲۰b=۶۰\to b=۳\xrightarrow{a+\log_۲^{۲b-۴}=۶}a+\log_۲^{۲}=۶\to a+۱=۶\to a=۵$$

متوسط

۳۶ ۱ ۲ **۳** ۴ می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n}=n\log_k^a\ ,\ \log_k^a-\log_k^b=\log_k^{\frac{a}{b}}}$

کافی است دو نقطه‌ی داده شده را در تابع صدق دهیم $\left(f(x)=a+۲\log_۲^{۳x+b}\right)$

$$\left|\begin{matrix}۵\\۱۱\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}۱۱=a+۲\log_۲^{۱۵+b}\quad,\quad\left|\begin{matrix}۲۱\\۱۵\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}۱۵=a+۲\log_۲^{۶۳+b}$$

$$-\begin{cases}۱۱=a+۲\log_۲^{۱۵+b}\\۱۵=a+۲\log_۲^{۶۳+b}\end{cases}\to ۴=۲\log_۲^{۶۳+b}-۲\log_۲^{۱۵+b}\to ۲=\log_۲^{۶۳+b}-\log_۲^{۱۵+b}$$

$$\to\log_۲^{\frac{۶۳+b}{۱۵+b}}=۲\xrightarrow{\text{تعریف}}\frac{۶۳+b}{۱۵+b}=۲^{۲}\to ۶۳+b=۶۰+۴b\to ۳b=۳\to b=۱$$

$$\xrightarrow{۱۱=a+۲\log_۲^{۱۵+b}}۱۱=a+۲\log_۲^{۱۶}\to ۱۱=a+۲\log_۲^{۲^۴}\to ۱۱=a+۸\to a=۳$$

متوسط

۳۷ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_b^N=x\to b^x=N\ ,\ \log_k^{a^n}=n\log_k^a}$

$$\log_{\sqrt{۳}}^{a}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow a=(\sqrt{۳})^{\frac{۴}{۳}}\Rightarrow a=(۳^{\frac{۱}{۲}})^{\frac{۴}{۳}}=۳^{\frac{۴}{۶}}=۳^{\frac{۲}{۳}}$$

$$\log_۸^{(a^۳+۷)}=\log_۸^{(۳^{\frac{۲}{۳}})^۳+۷}=\log_۸^{۳^۲+۷}=\log_۸^{۱۶}=\log_{۲^۳}^{۲^۴}=\frac{۴}{۳}$$

متوسط

۳۸ ۱ ۲ **۳** ۴ می‌دانیم $\log_k^{a^n}=n\log_k^a$ و $\log_k^a-\log_k^b=\log_k^{\frac{a}{b}}$ و $\log_b^a=c\to a=b^c$ است.

$$\left.\begin{matrix}\left|\begin{matrix}۱\\۰\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}۰=a+\log_۲^{b+۶}\\\left|\begin{matrix}۵\\۱\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}۱=a+\log_۲^{۵b+۶}\end{matrix}\right\}-\longrightarrow\log_۲^{۵b+۶}-\log_۲^{b+۶}=۱$$

$$\longrightarrow\log_۲^{\frac{۵b+۶}{b+۶}}=۱\longrightarrow\frac{۵b+۶}{b+۶}=۲\longrightarrow ۵b+۶=۲b+۱۲\longrightarrow ۳b=۶\longrightarrow b=۲$$

$$\xrightarrow{۰=a+\log_۲^{b+۶}}۰=a+\log_۲^{۸}\longrightarrow ۰=a+۳\longrightarrow a=-۳$$

پس : $f(x)=-۳+\log_۲^{۲x+۶}\longrightarrow f(-۱)=-۳+\log_۲^{۴}=-۳+۲=-۱$

متوسط

۳۹ ۱ ۲ **۳** ۴ می‌دانیم: $\boxed{\log_b^a=c\to a=b^c}$

با توجه به شکل وقتی که $x\to+\infty$ منحنی به خط $y=-۴$ نزدیک می‌شود.

$$\lim_{x\to+\infty}(۳^{a-x}+b)=\underbrace{۳^{-\infty}}_{۰}+b=b=-۴\to y=۳^{a-x}-۴$$

نقطه‌ی $\begin{vmatrix} 0 \\ 5 \end{vmatrix}$ روی تابع قرار دارد بنابراین در تابع صدق می‌کند.

$$\begin{vmatrix} 0 \\ 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{صدق}} 5 = 3^{a} - 4 \to 3^{a} = 9 \to a = 2 \to y = 3^{2-x} - 4$$

برای پیدا کردن $x_\circ$ کافی است در تابع به جای y، صفر قرار دهید.

$$0 = 3^{2-x_\circ} - 4 \to 3^{2-x_\circ} = 4 \to \log_{3}^{4} = 2 - x_\circ \to x_\circ = 2 - \log_{3}^{4}$$

متوسط

(۴۰) ۴ ۳ ۲ **۱**

می‌دانیم $\log_{k}^{a} + \log_{k}^{b} = \log_{k}^{ab}$ و $\log_{k^m}^{a^n} = \dfrac{n}{m}\log_{k}^{a}$ و $a^{\log_{c}^{b}} = b^{\log_{c}^{a}}$ است.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{4}^{25}+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{2^2}^{5^2}+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{2}^{5}+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{2}^{5}+\log_{2}^{4}}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{2}^{20}} = 20^{\log_{2}^{\frac{1}{2}}} = 20^{\log_{2}^{2^{-1}}} = 20^{-1} = \frac{1}{20} = 0/05$$

متوسط

(۴۱) ۴ **۳** ۲ ۱ می‌دانیم که $\log_{b}^{a} = \dfrac{\log_{c}^{a}}{\log_{c}^{b}}$ و $\log_{k}^{a^n} = n\log_{k}^{a}$ و $\log_{k}^{ab} = \log_{k}^{a} + \log_{k}^{b}$ و $\log_{k}^{a} - \log_{k}^{b} = \log_{k}^{\frac{a}{b}}$ است.

$$\log_{2}^{3} = k \to \frac{\log 3}{\log 2} = k \to \log 3 = k\log 2$$

پس: $$\frac{\log 12 + \log 2}{\log 12 - \log 2} = \frac{\log 24}{\log 6} = \frac{\log 3 + \log 8}{\log 3 + \log 2} = \frac{k\log 2 + 3\log 2}{k\log 2 + \log 2} = \frac{(k+3)\log 2}{(k+1)\log 2} = \frac{k+3}{k+1}$$

متوسط

(۴۲) ۴ ۳ ۲ **۱**

$$(0/4)^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} \to \left(\frac{4}{10}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3x^2} \to \left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3x^2}$$

$$\to 2x - 1 = -3x^2 \to 3x^2 + 2x - 1 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x = -1 \\ x = -\dfrac{c}{a} = \dfrac{1}{3} \end{cases}$$

در عبارت خواسته‌شده نمی‌توانیم به‌جای x عدد -1 را قرار دهیم چون جلوی لگاریتم منفی می‌شود و می‌دانیم که $\log_{k^m}^{a^n} = \dfrac{n}{m}\log_{k}^{a}$ است.

$$\log_{8}^{9x+1} \xlongequal{x=\frac{1}{3}} \log_{8}^{4} = \log_{2^3}^{2^2} = \frac{2}{3}$$

متوسط

(۴۳) ۴ ۳ **۲** ۱

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k}^{a^n} = n\log_{k}^{a}}$

$$\sqrt[5]{A^2 - B^2} = \sqrt[5]{(\sqrt{2}-1)^2 - (\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt[5]{(2+1-2\sqrt{2}) - (2+1+2\sqrt{2})}$$

$$= \sqrt[5]{-4\sqrt{2}} = -\sqrt[5]{2^2 \times 2^{\frac{1}{2}}} = -\sqrt[5]{2^{\frac{5}{2}}} = -(2^{\frac{5}{2}})^{\frac{1}{5}} = -2^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{2}$$

$$\log_2(-\sqrt[5]{A^2 - B^2}) = \log_{2}^{\sqrt{2}} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

متوسط

(۴۴) ۴ **۳** ۲ ۱

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k}^{a^n} = n\log_{k}^{a} \;,\; \log_{k}^{a} + \log_{k}^{b} = \log_{k}^{ab} \;,\; \log 5 = 1 - \log 2}$

$$A = \frac{1}{2}\log(7 + 2\sqrt{6}) + \log(\sqrt{6} - 1) = \frac{1}{2}\log(\sqrt{6}+1)^2 + \log(\sqrt{6}-1)$$

$$= \log(\sqrt{6}+1) + \log(\sqrt{6}-1) = \log\underbrace{(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1)}_{\text{مزدوج}} = \log(6-1) = \log 5 = 1 - \log 2 = 1 - k$$

دقت کنید: $(\sqrt{6}+1)^2 = 6 + 1 + 2\sqrt{6} = 7 + 2\sqrt{6}$

متوسط

(۴۵) **۴** ۳ ۲ ۱

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k}^{a^n} = n\log_{k}^{a}}$

$$\text{۲}^{x-\text{۱}}+\text{۲}^{x+\text{۲}}=\frac{\text{۹}}{\text{۸}}\rightarrow \text{۲}^{x}\times \text{۲}^{-\text{۱}}+\text{۲}^{x}\times \text{۲}^{\text{۲}}=\frac{\text{۹}}{\text{۸}}\rightarrow \text{۲}^{x}(\text{۲}^{-\text{۱}}+\text{۲}^{\text{۲}})=\frac{\text{۹}}{\text{۸}}$$

$$\rightarrow \text{۲}^{x}(\frac{\text{۱}}{\text{۲}}+\text{۴})=\frac{\text{۹}}{\text{۸}}\rightarrow \text{۲}^{x}(\frac{\text{۹}}{\text{۲}})=\frac{\text{۹}}{\text{۸}}\rightarrow \text{۲}^{x}=\frac{\frac{\text{۹}}{\text{۸}}}{\frac{\text{۹}}{\text{۲}}}=\frac{\text{۲}}{\text{۸}}=\frac{\text{۱}}{\text{۴}}=\text{۲}^{-\text{۲}}\rightarrow x=-\text{۲}$$

$$\log_{\text{۳}}^{|x^{\text{۳}}-\text{۱}|}=\log_{\text{۳}}^{|-\text{۸}-\text{۱}|}=\log_{\text{۳}}^{|-\text{۹}|}=\log_{\text{۳}}^{\text{۹}}=\log_{\text{۳}}^{\text{۳}^{\text{۲}}}=\text{۲}$$

متوسط

۴۶ ۴ **۳** ۲ ۱

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k}^{a}+\log_{k}^{b}=\log_{k}^{ab}\ ,\ \log_{k}^{a}-\log_{k}^{b}=\log_{k}^{\frac{a}{b}}}$

$$\log_{\text{۶}}^{\text{۲}}\times \log_{\text{۶}}^{\text{۱۸}}+(\log_{\text{۶}}^{\text{۳}})^{\text{۲}}=\log_{\text{۶}}^{\frac{\text{۶}}{\text{۳}}}\times \log_{\text{۶}}^{\text{۶}\times \text{۳}}+(\log_{\text{۶}}^{\text{۳}})^{\text{۲}}$$

$$=(\log_{\text{۶}}^{\text{۶}}-\log_{\text{۶}}^{\text{۳}})(\log_{\text{۶}}^{\text{۶}}+\log_{\text{۶}}^{\text{۳}})+(\log_{\text{۶}}^{\text{۳}})^{\text{۲}}$$

$$=\underbrace{(\text{۱}-\log_{\text{۶}}^{\text{۳}})(\text{۱}+\log_{\text{۶}}^{\text{۳}})}_{\text{مزدوج}}+(\log_{\text{۶}}^{\text{۳}})^{\text{۲}}=\text{۱}-(\log_{\text{۶}}^{\text{۳}})^{\text{۲}}+(\log_{\text{۶}}^{\text{۳}})^{\text{۲}}=\text{۱}$$

متوسط

۴۷ **۴** ۳ ۲ ۱ می‌دانیم: $\boxed{\log_{b}^{a}=c\rightarrow a=b^{c}\ ,\ \log_{b}^{a}\times \log_{c}^{b}=\log_{c}^{a}\ ,\ \log_{k^{m}}^{a^{n}}=\frac{n}{m}\log_{k}^{a}}$

$$\text{۳}^{a}=\text{۵}\rightarrow \log_{\text{۳}}^{\text{۵}}=a\ ,\ \text{۵}^{b}=\text{۹}\sqrt{\text{۳}}\rightarrow \log_{\text{۵}}^{\text{۹}\sqrt{\text{۳}}}=b$$

$$ab=\log_{\text{۳}}^{\text{۵}}\times \log_{\text{۵}}^{\text{۹}\sqrt{\text{۳}}}=\log_{\text{۳}}^{\text{۹}\sqrt{\text{۳}}}=\log_{\text{۳}}^{\text{۳}^{\text{۲}}\times \text{۳}^{\frac{\text{۱}}{\text{۲}}}}=\log_{\text{۳}}^{\text{۳}^{\frac{\text{۵}}{\text{۲}}}}=\frac{\text{۵}}{\text{۲}}$$

پس: $\log_{\text{۴}}^{ab-\text{۲}}=\log_{\text{۴}}^{\frac{\text{۵}}{\text{۲}}-\text{۲}}=\log_{\text{۴}}^{\frac{\text{۱}}{\text{۲}}}=\log_{\text{۲}^{\text{۲}}}^{\text{۲}^{-\text{۱}}}=-\frac{\text{۱}}{\text{۲}}$

متوسط

۴۸ ۴ ۳ ۲ **۱** می‌دانیم که $\log_{b}^{a}=c\rightarrow a=b^{c}$ و $\log_{k}^{a}-\log_{k}^{b}=\log_{k}^{\frac{a}{b}}$ است.

$$\text{۲}^{b}=\text{۰٫۴}\rightarrow b=\log_{\text{۲}}^{\text{۰٫۴}}=\log_{\text{۲}}^{\frac{\text{۴}}{\text{۱۰}}}=\log_{\text{۲}}^{\frac{\text{۲}}{\text{۵}}}=\log_{\text{۲}}^{\text{۲}}-\log_{\text{۲}}^{\text{۵}}\rightarrow b=\text{۱}-a\rightarrow a+b=\text{۱}$$

پس: $\log_{\text{۵}}^{a+b}=\log_{\text{۵}}^{\text{۱}}=\text{۰}$

متوسط

۴۹ ۴ ۳ **۲** ۱

می‌دانیم: $\boxed{\log_{b}^{N}=x\xrightarrow{\text{تعریف}}b^{x}=N\ ,\ \log_{k^{m}}^{a^{n}}=\frac{n}{m}\log_{k}^{a}}$

$$\log_{\text{۲}}^{x}=\text{۲}\xrightarrow{\text{تعریف}}x=\text{۲}^{\text{۲}}\ ,\ \log_{\sqrt{\text{۲}}}^{y}=\frac{\text{۱}}{\text{۲}}\xrightarrow{\text{تعریف}}y=(\sqrt{\text{۲}})^{\frac{\text{۱}}{\text{۲}}}=(\text{۲}^{\frac{\text{۱}}{\text{۲}}})^{\frac{\text{۱}}{\text{۲}}}=\text{۲}^{\frac{\text{۱}}{\text{۴}}}$$

$$\log_{xy}^{\text{۲}\sqrt{\text{۲}}}=\log_{\text{۲}^{\text{۲}}\times \text{۲}^{\frac{\text{۱}}{\text{۴}}}}^{\text{۲}\times \text{۲}^{\frac{\text{۱}}{\text{۲}}}}=\log_{\text{۲}^{\frac{\text{۹}}{\text{۴}}}}^{\text{۲}^{\frac{\text{۳}}{\text{۲}}}}=\frac{\frac{\text{۳}}{\text{۲}}}{\frac{\text{۹}}{\text{۴}}}=\frac{\text{۱۲}}{\text{۱۸}}=\frac{\text{۲}}{\text{۳}}$$

متوسط

۵۰ ۴ ۳ **۲** ۱ می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^{m}}^{a^{n}}=\frac{n}{m}\log_{k}^{a}}$

$$\log_{\text{۲}\sqrt[\text{۳}]{\text{۴}\sqrt{\text{۲}}}}^{\sqrt[\text{۶}]{\text{۸}\sqrt{\text{۳۲}}}}=\log_{\text{۲}\sqrt[\text{۳}]{\text{۲}^{\text{۲}}\times \text{۲}^{\frac{\text{۱}}{\text{۲}}}}}^{\sqrt[\text{۶}]{\text{۲}^{\text{۳}}\sqrt{\text{۲}^{\text{۵}}}}}=\log_{\text{۲}\sqrt[\text{۳}]{\text{۲}^{\frac{\text{۵}}{\text{۲}}}}}^{\sqrt[\text{۶}]{\text{۲}^{\text{۳}}\times \text{۲}^{\frac{\text{۵}}{\text{۲}}}}}=\log_{\text{۲}\times \text{۲}^{\frac{\text{۵}}{\text{۶}}}}^{\sqrt[\text{۶}]{\text{۲}^{\frac{\text{۱۱}}{\text{۲}}}}}=\log_{\text{۲}^{\frac{\text{۱۱}}{\text{۶}}}}^{(\text{۲}^{\frac{\text{۱۱}}{\text{۲}}})^{\frac{\text{۱}}{\text{۶}}}}=\log_{\text{۲}^{\frac{\text{۱۱}}{\text{۶}}}}^{\text{۲}^{\frac{\text{۱۱}}{\text{۱۲}}}}=\frac{\frac{\text{۱۱}}{\text{۱۲}}}{\frac{\text{۱۱}}{\text{۶}}}=\frac{\text{۱}}{\text{۲}}$$

متوسط

۵۱ **۴** ۳ ۲ ۱

می‌دانیم $\log_{k}^{a}+\log_{k}^{b}=\log_{k}^{ab}$ و $\log_{k}^{a}=\frac{\text{۱}}{\log_{a}^{k}}$ است.

$$\log_{۶}^{۱۸}=\log_{۶}^{(۳\times ۶)}=\log_{۶}^{۳}+\log_{۶}^{۶}=\log_{۶}^{۳}+۱=\frac{۱}{\log_{۳}^{۶}}+۱$$

$$=\frac{۱}{\log_{۳}^{۳\times ۲}}+۱=\frac{۱}{\log_{۳}^{۳}+\log_{۳}^{۲}}+۱=\frac{۱}{۱+\log_{۳}^{۲}}+۱=\frac{۱}{۱+\frac{۱}{a}}+۱$$

$$=\frac{۱}{\frac{a+۱}{a}}+۱=\frac{a}{a+۱}+۱=\frac{۲a+۱}{a+۱}$$

متوسط

(۵۲) ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم: $\boxed{\log_{k}^{a^n}=n\log_{k}^{a}}$

این تابع محور طول را در $\left|\begin{matrix}-۱۰/۱\\ ۰\end{matrix}\right.$ قطع می‌کند پس در تابع صدق می‌کند.

$$\left|\begin{matrix}-۱۰/۱\\ ۰\end{matrix}\right. \xrightarrow{\text{صدق}} ۰=\log(-۱۰/۱a+b)\xrightarrow{\log ۱=۰}-۱۰/۱a+b=۱$$

برای پیدا کردن دامنه‌ی تعریف این تابع کافی است جلوی لگاریتم را بزرگتر از صفر قرار دهید.

$$ax+b>۰\to ax>-b\to\begin{cases}a>۰\to x>\frac{-b}{a}\\ a<۰\to x<\frac{-b}{a}\end{cases}$$

چون دامنه‌ی تعریف این تابع $x<-۱۰$ است. پس: $-\frac{b}{a}=-۱۰\to ۱۰a=b$

$$\begin{cases}-۱۰/۱a+b=۱\\ b=۱۰a\end{cases}\to a=-۱۰\ ,\ \ b=-۱۰۰$$

پس: $\log\sqrt{ab}=\log\sqrt{۱۰۰۰}=\log\sqrt{۱۰^{۳}}=\log ۱۰^{\frac{۳}{۲}}=\frac{۳}{۲}$

سخت

(۵۳) ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_{k}^{a}\ \ ,\ \ a^{\log_{k}^{b}}=b^{\log_{k}^{a}}}$

$$\left(\frac{\sqrt{۲}}{۴}\right)^{-۲+\log_{۰/۵}^{۹}}=\left(\frac{\sqrt{۲}}{۴}\right)^{-۲}\times\left(\frac{\sqrt{۲}}{۴}\right)^{\log_{۰/۵}^{۹}}=\left(\frac{۲^{\frac{۱}{۲}}}{۲^{۲}}\right)^{-۲}\times ۹^{\log_{\frac{۱}{۲}}^{\frac{\sqrt{۲}}{۴}}}=\left(۲^{-\frac{۳}{۲}}\right)^{-۲}\times ۹^{\log_{۲^{-۱}}^{\frac{۲^{\frac{۱}{۲}}}{۲^{۲}}}}$$

$$=۲^{۳}\times ۹^{\log_{۲^{-۱}}^{۲^{-\frac{۳}{۲}}}}=۲^{۳}\times ۹^{\frac{۳}{۲}}=۸\times(۳^{۲})^{\frac{۳}{۲}}=۸\times ۳^{۳}=۸\times ۲۷=۲۱۶$$

سخت

(۵۴) ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم که $\log_{k}^{ab}=\log_{k}^{a}+\log_{k}^{b}$ و $\log_{k}^{a^n}=n\log_{k}^{a}$ است.

$$\log_{۳۹}^{۱۱۷}=\log_{۳۹}^{۹\times ۱۳}=\log_{۳۹}^{۹}+\log_{۳۹}^{۱۳}=\log_{۳۹}^{۳^۲}+\log_{۳۹}^{۱۳}=۲\log_{۳۹}^{۳}+\log_{۳۹}^{۱۳}$$

پس: $\left(\log_{۳۹}^{۳}\right)^{۲}+\log_{۳۹}^{۱۳}\times\log_{۳۹}^{۱۱۷}=\left(\log_{۳۹}^{۳}\right)^{۲}+\log_{۳۹}^{۱۳}\left(۲\log_{۳۹}^{۳}+\log_{۳۹}^{۱۳}\right)$

$$=\left(\log_{۳۹}^{۳}\right)^{۲}+۲\log_{۳۹}^{۱۳}\times\log_{۳۹}^{۳}+\left(\log_{۳۹}^{۱۳}\right)^{۲}$$

$$=\left(\log_{۳۹}^{۳}+\log_{۳۹}^{۱۳}\right)^{۲}=\left(\log_{۳۹}^{۳\times ۱۳}\right)^{۲}=\left(\log_{۳۹}^{۳۹}\right)^{۲}=۱^{۲}=۱$$

سخت

(۵۵) **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{b}^{N}=x\to N=b^{x}}$

$$\log_{۲}^{x^{۳}+۵}=۵\xrightarrow{\text{تعریف}}x^{۳}+۵=۲^{۵}\to x^{۳}+۵=۳۲\to x^{۳}=۲۷\to x=۳$$

$$\log_{۵}^{x^{۲}-۴}\overset{x=۳}{=\!=\!=}\log_{۵}^{۵}=۱$$

آسان

(۵۶) ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k}^{a}+\log_{k}^{b}=\log_{k}^{ab}\ \ ,\ \ \log_{k}^{a^n}=n\log_{k}^{a}}$

$$\log_{x}^{x^{۲}+۴}=۱+\log_{x}^{۵}\Rightarrow\log_{x}^{x^{۲}+۴}=\log_{x}^{x}+\log_{x}^{۵}\Rightarrow\log_{x}^{x^{۲}+۴}=\log_{x}^{۵x}\Rightarrow x^{۲}+۴=۵x$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۵x + ۴ = ۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} \begin{cases} x = ۱ & \text{غ ق ق (مبنا نمی‌تواند یک باشد)} \\ x = \frac{c}{a} = ۴ \end{cases}$$

$$\log_۲^x \xrightarrow{x=۴} \log_۲^۴ = \log_۲^{۲^۲} = ۲$$

متوسط

۵۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}} \ ,\ \log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a \ ,\ \log_b^N = x \to N = b^x}$

$$\log_۳^{۲x^۲+۱} - \log_۳^{x+۲} = ۱ \to \log_۳^{\frac{۲x^۲+۱}{x+۲}} = ۱ \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{۲x^۲+۱}{x+۲} = ۳^۱$$

$$\to ۲x^۲+۱ = ۳x+۶ \to ۲x^۲ - ۳x - ۵ = ۰ \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x=-۱ \\ x = -\frac{c}{a} = \frac{۵}{۲}\end{cases}$$

هر دو جواب بدست آمده، قابل قبول هستند ولی برای محاسبه‌ی $\log_۸^{۲x-۱}$ فقط به جای x، می‌توانیم مقدار $x = \frac{۵}{۲}$ را جایگزین کنیم، زیرا $x = -۱$ جلوی لگاریتم را منفی می‌کند.

$$\log_۸^{۲x-۱} \overset{x=\frac{۵}{۲}}{=\!=} \log_۸^{۲(\frac{۵}{۲})-۱} = \log_۸^۴ = \log_{۲^۳}^{۲^۲} = \frac{۲}{۳}$$

متوسط

۵۸ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}}$

$$۳^{۲x+y} = ۹ \times ۳^{x-y} \to ۳^{۲x+y} = ۳^۲ \times ۳^{x-y} \to ۳^{۲x+y} = ۳^{۲+x-y}$$

$$\to ۲x+y = ۲+x-y \to x+۲y = ۲ \to x = ۲-۲y$$

از طرفی: $\log(x+۲y) = ۱ + \log y \to \log(x+۲y) = \log ۱۰ + \log y \to \log(x+۲y) = \log ۱۰y$

$$\to x+۲y = ۱۰y \to x = ۸y \xrightarrow{x=۲-۲y} ۲-۲y = ۸y \to ۱۰y = ۲ \to y = \frac{۲}{۱۰} \xrightarrow{x=۸y} x = \frac{۱۶}{۱۰} = ۱٫۶$$

متوسط

۵۹ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}}$

$$۴\sqrt{۲} = ۴^x \Rightarrow ۲^۲ \times ۲^{\frac{۱}{۲}} = ۴^x \Rightarrow ۲^{\frac{۵}{۲}} = ۲^{۲x} \Rightarrow ۲x = \frac{۵}{۲} \Rightarrow x = \frac{۵}{۴}$$

$$۱ + \log\sqrt{x+۱} = \log y \Rightarrow \log ۱۰ + \log\sqrt{\frac{۵}{۴}+۱} = \log y$$

$$\Rightarrow \log ۱۰ + \log\frac{۳}{۲} = \log y \Rightarrow \log ۱۰ \times \frac{۳}{۲} = \log y \Rightarrow y = ۱۵$$

متوسط

۶۰ **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم:

$$\boxed{a^۲+b^۲ = (a+b)^۲ - ۲ab \ ,\ \log_k^a+\log_k^b = \log_k^{ab} \ ,\ \log_b^N = x \to b^x = N \ ,\ \log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a}$$

$$\log_۳^x + \log_۳^y = ۲ \to \log_۳^{xy} = ۲ \xrightarrow{\text{تعریف}} xy = ۳^۲ = ۹$$

$$x^۲+y^۲ = ۴۶ \to (x+y)^۲ - ۲xy = ۴۶ \to (x+y)^۲ - ۱۸ = ۴۶$$

$\to (x+y)^۲ = ۶۴ \to x+y = ۸$ یا $x+y = -۸$ غ ق ق (x,y اعدادی مثبت هستند.)

$$\log_۴^{x+y} = \log_۴^۸ = \log_{۲^۲}^{۲^۳} = \frac{۳}{۲}$$

متوسط

۶۱ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab} \ ,\ \log_k^{a^n} = n\log_k^a}$

$$\log ۳ + \log\sqrt[۴]{۳} = \log(۸۱)^k \to \log ۳ + \log ۳^{\frac{۱}{۴}} = \log ۳^{۴k} \to \log ۳ \times ۳^{\frac{۱}{۴}} = \log ۳^{۴k}$$

$$\to \log ۳^{\frac{۵}{۴}} = \log ۳^{۴k} \to ۴k = \frac{۵}{۴} \to k = \frac{۵}{۱۶}$$

$$\log_۲^{\frac{۵}{k}} \overset{k=\frac{۵}{۱۶}}{=\!=\!=} \log_۲^{۱۶} = \log_۲^{۲^۴} = ۴$$

متوسط

۶۲ ۱ **۲** ۳ ۴

$۲x+a>۰ \to ۲x>-a \to x>-\dfrac{a}{۲} \xrightarrow{\text{با توجه به شکل}\ x>\frac{۱}{۲}} a=-۱$: دامنهٔ تعریف لگاریتم

بنابراین تابع به‌صورت $y=-۱+\log_b^{(۲x-۱)}$ است از طرفی مقدار تابع در $x=۲$ برابر صفر است.

$۰=-۱+\log_b^{۳} \to \log_b^{۳}=۱ \to b=۳ \to y=-۱+\log_{۳}^{(۲x-۱)}$

اکنون کافی است که به‌جای y مقدار یک را قرار دهیم.

$۱=-۱+\log_{۳}^{(۲x-۱)} \to \log_{۳}^{(۲x-۱)}=۲ \xrightarrow{\log_b^a=c \to a=b^c} ۲x-۱=۳^{۲} \to ۲x-۱=۹ \to ۲x=۱۰ \to x=۵$

متوسط

۶۳ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab} \ ,\ \log_b^N=x \to N=b^x}$

$\log(y+۲)=۱ \xrightarrow{\text{تعریف}} y+۲=۱۰^{۱} \to y=۸$

$\log(y-x)+\log(۴x+y)=۲ \xrightarrow{y=۸} \log(۸-x)+\log(۴x+۸)=۲$

$\to \log(۸-x)(۴x+۸)=۲ \to (۸-x)(۴x+۸)=۱۰^{۲} \to ۳۲x+۶۴-۴x^{۲}-۸x=۱۰۰$

$\to ۴x^{۲}-۲۴x+۳۶=۰ \xrightarrow{\div ۴} x^{۲}-۶x+۹=۰ \to (x-۳)^{۲}=۰ \to x=۳$

متوسط

۶۴ ۱ ۲ **۳** ۴ می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab} \ ,\ \log_b^N=x \to N=b^x}$

$۴^{x}+۲^{x}=۷۲ \Rightarrow (۲^{x})^{۲}+۲^{x}-۷۲=۰ \xrightarrow{۲^x=A} A^{۲}+A-۷۲=۰ \Rightarrow (A+۹)(A-۸)=۰$

$\Rightarrow \begin{cases} A=-۹ \Rightarrow ۲^{x}=-۹ \to \text{امکان ندارد} \\ A=۸ \Rightarrow ۲^{x}=۸ \Rightarrow x=۳ \end{cases}$

$\log(x+۱)+\log(۲y+x^{۲})=۲ \xrightarrow{x=۳} \log ۴+\log(۲y+۹)=۲$

$\Rightarrow \log(۸y+۳۶)=۲ \xrightarrow{\text{تعریف}} ۸y+۳۶=۱۰^{۲} \Rightarrow ۸y=۶۴ \Rightarrow y=۸$

متوسط

۶۵ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n}=n\log_k^a \ ,\ \log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab} \ ,\ \log_b^N=x \to N=b^x}$

$\log_a^x=۱-۲\log_a^{۳} \Rightarrow \log_a^x+\log_a^{۹}=۱ \Rightarrow \log_a^{۹x}=۱ \Rightarrow ۹x=a \Rightarrow x=\dfrac{a}{۹}$

$\log_{\frac{\sqrt{a}}{۳}}^{x}=\log_{\frac{\sqrt{a}}{۳}}^{\frac{a}{۹}}=\log_{\frac{\sqrt{a}}{۳}}^{(\frac{\sqrt{a}}{۳})^{۲}}=۲$

متوسط

۶۶ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab} \ ,\ \log_{k^n}^{a^m}=\dfrac{m}{n}\log_k^a \ ,\ \log_b^N=x \to N=b^x}$

$\log_x^{۳x+۸}=۲-\log_x^{x-۶} \to \log_x^{۳x+۸}+\log_x^{x-۶}=۲$

$\to \log_x^{(۳x+۸)(x-۶)}=۲ \xrightarrow{\text{تعریف}} (۳x+۸)(x-۶)=x^{۲}$

$\to ۳x^{۲}-۱۸x+۸x-۴۸=x^{۲} \to ۲x^{۲}-۱۰x-۴۸=۰$

$\to x^{۲}-۵x-۲۴=۰ \to (x-۸)(x+۳)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۸ & \text{ق ق} \\ x=-۳ & \text{غ ق ق (جلوی لگاریتم را منفی می کند)} \end{cases}$

$\log_{۴}^{x} \overset{x=۸}{=\!=} \log_{۴}^{۸}=\log_{۲^{۲}}^{۲^{۳}}=\dfrac{۳}{۲}$

متوسط

۶۷ ۱ ۲ **۳** ۴ می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n}=n\log_k^a \ ,\ \log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}}$

$۲^{x-۷}\times ۴^{x+y}=۱ \to ۲^{x-۷}\times (۲^{۲})^{x+y}=۱ \to ۲^{x-۷+۲x+۲y}=۱ \to ۲^{۳x+۲y-۷}=۱ \to ۳x+۲y-۷=۰$

$\log y=۲\log ۳+\log x \to \log y=\log ۹+\log x \to \log y=\log ۹x \to y=۹x$

پس: $\begin{cases} ۳x+۲y=۷ \\ y=۹x \end{cases} \to ۳x+۱۸x=۷ \to ۲۱x=۷ \to x=\dfrac{۱}{۳} \ ,\ y=۹(\dfrac{۱}{۳})=۳$

متوسط

۶۸ **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}\ ,\ \log_k^{a^n}=n\log_k^a\ ,\ \log_{k^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_k^a}$

$$\log_{\sqrt{x}}^{x+۴}=۱+\log_x^{۵x+۸}\to\log_{x^{\frac{۱}{۲}}}^{x+۴}=\log_x^x+\log_x^{۵x+۸}$$

$$\to ۲\log_x^{x+۴}=\log_x^{۵x^۲+۸x}\to\log_x^{(x+۴)^۲}=\log_x^{۵x^۲+۸x}\to(x+۴)^۲=۵x^۲+۸x$$

$$\to x^۲+۱۶+۸x=۵x^۲+۸x\to ۴x^۲=۱۶\to x^۲=۴\to\begin{cases}x=۲ & \text{قق}\\ x=-۲ & \text{غقق (در دامنه‌ی تعریف لگاریتم قرار ندارد)}\end{cases}$$

$$\log_{\sqrt{۸}}^x=\log_{۲^{\frac{۳}{۲}}}^۲=\frac{۱}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۲}{۳}$$

متوسط

۶۹ ۱ ۲ **۳** ۴

$$۳^{x^۲-۲}=۸۱^x\to ۳^{x^۲-۲}=۳^{۴x}\to x^۲-۲=۴x\to x^۲-۴x=۲$$

$$\to(x-۲)^۲-۴=۲\to(x-۲)^۲=۶\to x-۲=\pm\sqrt{۶}\to\begin{cases}x=۲+\sqrt{۶}\\ x=۲-\sqrt{۶}\end{cases}$$

می‌دانیم $\log_{k^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_k^a$ است.

$$\log_۶^{x-۲}\xlongequal{x=۲+\sqrt{۶}}\log_۶^{۲+\sqrt{۶}-۲}=\log_۶^{\sqrt{۶}}=\log_۶^{۶^{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۱}{۲}$$

متوسط

۷۰ ۱ **۲** ۳ ۴ می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n}=n\log_k^a\ ,\ \log_b^N=x\to N=b^x}$

دقت کنید که:

$$\sqrt[۳]{\sqrt[۳]{\sqrt[۳]{x}}}=\sqrt[۳]{\sqrt[۳]{x^{\frac{۱}{۳}}}}=\sqrt[۳]{x^{\frac{۱}{۹}}}=x^{\frac{۱}{۲۷}}$$

بنابراین:

$$\log_۳\log_۲^{x^{\frac{۱}{۲۷}}}=-۲\xrightarrow{\text{تعریف}}\log_۲^{x^{\frac{۱}{۲۷}}}=۳^{-۲}=\frac{۱}{۹}\Rightarrow\frac{۱}{۲۷}\log_۲^x=\frac{۱}{۹}\Rightarrow\log_۲^x=۳\xrightarrow{\text{تعریف}}x=۲^۳=۸$$

متوسط

۷۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_k^a\ ,\ \log_b^N=x\to N=b^x}$

$$\log_{x-۱}^{۳x-۱}=۳\xrightarrow{\text{تعریف}}(x-۱)^۳=۳x-۱\Rightarrow x^۳-۳x^۲+۳x-۱=۳x-۱$$
$$\Rightarrow x^۳-۳x^۲=۰\Rightarrow x^۲(x-۳)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=۰\ \text{غ ق ق (جلوی لگاریتم را منفی می کند)}\\[2ex] x=۳\Rightarrow\log_{\frac{۱}{۳}}^{(۲x+۳)}=\log_{\frac{۱}{۳}}^۹=\log_{۳^{-۱}}^{۳^۲}=-۲\end{cases}$$

متوسط

۷۲ **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}}$

$$۹^a=۲۷\sqrt{۳}\Rightarrow ۳^{۲a}=۳^۳\times ۳^{\frac{۱}{۲}}=۳^{\frac{۷}{۲}}\Rightarrow ۲a=\frac{۷}{۲}\Rightarrow a=\frac{۷}{۴}$$

$$\log\sqrt{b}-\log(۲-\frac{۷}{۴})=۱\Rightarrow\log\sqrt{b}=\log\frac{۱}{۴}+\log ۱۰=\log(\frac{۱۰}{۴})\Rightarrow\sqrt{b}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow b=\frac{۲۵}{۴}=۶٫۲۵$$

متوسط

۷۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n}=n\log_k^a\ ,\ \log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}}$

$$۲\log x = ۱ + \log(x + \frac{۱۲}{۵}) \Rightarrow \log x^{۲} = \log ۱۰ + \log(x + \frac{۱۲}{۵})$$

$$\Rightarrow \log x^{۲} = \log ۱۰(x + \frac{۱۲}{۵}) \Rightarrow x^{۲} = ۱۰x + ۲۴$$

$$x^{۲} - ۱۰x - ۲۴ = ۰ \Rightarrow (x-۱۲)(x+۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱۲ & \text{ق ق} \\ x = -۲ & \text{غ ق ق (جلوی لگاریتم را منفی می‌کند)} \end{cases}$$

$$\log_{۵}^{۲x+۱} = \log_{۵}^{۲۵} = \log_{۵}^{۵^{۲}} = ۲$$

متوسط

۷۴) ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}} \quad , \quad \log_b^N = x \to N = b^x}$

کافی است دو تابع را تلاقی دهیم.

$$۱ + \log(x+۱) = \log(x^{۲}-۱) \to \log(x^{۲}-۱) - \log(x+۱) = ۱$$

$$\to \log\frac{x^{۲}-۱}{x+۱} = ۱ \to \log\frac{(x+۱)(x-۱)}{(x+۱)} = ۱ \to \log(x-۱) = ۱ \xrightarrow{\text{تعریف}} x - ۱ = ۱۰ \to x = ۱۱$$

بنابراین دو تابع در یک نقطه، همدیگر را قطع می‌کنند. (توجه کنید که $x = ۱۱$ چون در دامنه‌ی هر دو تابع قرار دارد، قابل قبول می‌باشد.)

متوسط

۷۵) **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a \quad , \quad \log_b^N = x \to N = b^x}$

$$(\log_{۲}^{x})^{۲} - ۹\log_{۸}^{x} = ۴ \to (\log_{۲}^{x})^{۲} - ۹\log_{۲^{۳}}^{x} - ۴ = ۰$$

$$\to (\log_{۲}^{x})^{۲} - ۳\log_{۲}^{x} - ۴ = ۰ \xrightarrow{\log_{۲}^{x} = A} A^{۲} - ۳A - ۴ = ۰$$

$$\to (A-۴)(A+۱) = ۰ \to \begin{cases} A = ۴ \to \log_{۲}^{x} = ۴ \xrightarrow{\text{تعریف}} x = ۲^{۴} = ۱۶ \\ A = -۱ \to \log_{۲}^{x} = -۱ \xrightarrow{\text{تعریف}} x = ۲^{-۱} = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $۱۶ \times \frac{۱}{۲} = ۸$ می‌باشد.

متوسط

۷۶) ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}} \quad , \quad \log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a}$

$$\log(x^{۲} - x - ۶) - \log(x-۳) = \log(۲x-۵) \to \log\frac{x^{۲}-x-۶}{x-۳} = \log(۲x-۵)$$

$$\to \frac{(x-۳)(x+۲)}{(x-۳)} = ۲x - ۵ \to x + ۲ = ۲x - ۵ \to x = ۷$$

$$\log_{۴}^{\sqrt[۳]{x+۱}} = \log_{۴}^{\sqrt[۳]{۸}} = \log_{۲^{۲}}^{۲} = \frac{۱}{۲}$$

متوسط

۷۷) ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n\log_k^a \quad , \quad \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}}$

$$\log(۲^{x} + ۸) = \log ۲ + \log ۲^{x} \to \log(۲^{x}+۸) = \log ۲ \times ۲^{x} \to \log(۲^{x}+۸) = \log ۲^{x+۱}$$

$$\Rightarrow ۲^{x+۱} = ۲^{x} + ۸ \Rightarrow ۲^{x+۱} - ۲^{x} = ۸ \Rightarrow ۲^{x}(۲^{۱} - ۱) = ۸$$

$$\Rightarrow ۲^{x} = ۸ = ۲^{۳} \Rightarrow x = ۳ \Rightarrow \frac{\log_{x}^{۳} + ۳}{\log_{۳}^{x} + ۱} \overset{x=۳}{=\!=\!=} \frac{۱+۳}{۱+۱} = ۲$$

متوسط

۷۸) ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a \quad , \quad \log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}} \quad , \quad \log_b^N = x \to N = b^x}$

ابتدا باتوجه به ویژگی های لگاریتم، عبارت داده شده را ساده تر می کنیم.

$$\log_{۲}^{۴x^{۲}+۸x+۴} = \log_{\sqrt{۲}}^{\sqrt{۲x+۸}} + ۳ \to \log_{۲}^{۴x^{۲}+۸x+۴} = \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{(۲x+۸)^{\frac{۱}{۲}}} + ۳$$

$$\log_{۲}^{۴x^{۲}+۸x+۴} = \log_{۲}^{۲x+۸} + ۳ \to \log_{۲}^{۴x^{۲}+۸x+۴} - \log_{۲}^{۲x+۸} = ۳$$

$$\to \log_{۲}^{\frac{۴x^{۲}+۸x+۴}{۲x+۸}} = ۳ \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{۴x^{۲}+۸x+۴}{۲x+۸} = ۲^{۳} = ۸$$

$$\Rightarrow ۴x^۲+۸x+۴=۱۶x+۶۴ \Rightarrow x^۲-۲x-۱۵=۰ \to (x-۵)(x+۳)=۰ \to x=۵,-۳$$

هر دو جواب‌ها قابل قبولند پس مجموع مربعات جوابها، برابر $۳۴ = ۹ + ۲۵$ است.

متوسط

۷۹ ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab} \;,\; \log_k^{a^n}=n\log_k^a}$

$$\log(۳x+۱)+۲\log\sqrt{x-۲}=\frac{۱}{۲}\log(x^۲-۲x+۱)+\log(x+۲)$$

$$\to \log(۳x+۱)+\log(\sqrt{x-۲})^۲=\frac{۱}{۲}\log(x-۱)^۲+\log(x+۲)$$

$$\to \log(۳x+۱)+\log(x-۲)=\log(x-۱)+\log(x+۲)$$

$$\to \log(۳x+۱)(x-۲)=\log(x-۱)(x+۲) \to ۳x^۲-۶x+x-۲=x^۲+۲x-x-۲$$

$$\to ۲x^۲-۶x=۰ \to ۲x(x-۳)=۰ \to \begin{cases} x=۰ & \text{غ ق ق (در دامنه ی تعریف قرار ندارد)} \\ x=۳ & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\log_۵^{۴\alpha+۱۳} \overset{\alpha=۳}{=\!=\!=} \log_۵^{۲۵}=\log_۵^{۵^۲}=۲$$

متوسط

۸۰ ۴ ۳ ۲ ۱ می دانیم: $\boxed{\log_b^a=k \to a=b^k \;,\; \log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}}$

چون $x=۱$ جواب معادله است بنابراین در معادله صدق می کند.

$$x=۱ \xrightarrow{\text{صدق}} \log_۲^{۱+a}=\log_۲^۲+۲ \to \log_۲^{۱+a}=۱+۲ \to \log_۲^{۱+a}=۳$$

$$\xrightarrow{\text{تعریف}} ۱+a=۲^۳ \to a=۷$$

اکنون $a=۷$ را در معادله قرار داده و آن را حل می کنیم.

$$\log_۲^{x+۷}=\log_۲^{\frac{۲}{x}}+۲ \to \log_۲^{x+۷}=\log_۲^{\frac{۲}{x}}+\log_۲^۴ \to \log_۲^{x+۷}=\log_۲^{\frac{۸}{x}}$$

$$\to x+۷=\frac{۸}{x} \to x^۲+۷x=۸ \to x^۲+۷x-۸=۰$$

$$\to (x+۸)(x-۱)=۰ \to \begin{cases} x=-۸ & \text{غ ق ق(در دامنه‌ی تعریف لگاریتم قرار ندارد)} \\ x=۱ \end{cases}$$

بنابراین معادله جواب دیگری ندارد.

متوسط

۸۱ ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab} \;,\; \log_b^a=c \to a=b^c \;,\; \log_k^{a^n}=n\log_k^a}$

$$\log_x^{۳x-۱}+\log_x^{x+۱}=۲ \to \log_x^{(۳x-۱)(x+۱)}=۲ \xrightarrow{\text{تعریف}} (۳x-۱)(x+۱)=x^۲$$

$$\to ۳x^۲+۳x-x-۱=x^۲ \to ۲x^۲+۲x=۱ \to x^۲+x=\frac{۱}{۲}$$

پس: $\log_۲^{x^۲+x+\frac{۷}{۲}}=\log_۲^{\frac{۱}{۲}+\frac{۷}{۲}}=\log_۲^{\frac{۸}{۲}}=\log_۲^۴=\log_۲^{۲^۲}=۲$

متوسط

۸۲ ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^n}^a=\frac{۱}{n}\log_k^a \;,\; \log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab} \;,\; \log_b^a=c \to a=b^c}$

$$۳^{x-۱}+۳^{x+۱}=۹۰ \to ۳^x\times۳^{-۱}+۳^x\times۳=۹۰ \to ۳^x(۳^{-۱}+۳)=۹۰ \to ۳^x(\frac{۱}{۳}+۳)=۹۰$$

$$\to ۳^x(\frac{۱۰}{۳})=۹۰ \to ۳^x=\frac{۹۰}{\frac{۱۰}{۳}}=۲۷=۳^۳ \to x=۳$$

$$\log_{۱۶}^{۲x}+\log_۴^y=۱ \xrightarrow{x=۳} \log_{۱۶}^۶+\log_۴^y=۱ \to \log_{۴^۲}^۶+\log_۴^y=۱ \to \frac{۱}{۲}\log_۴^۶+\log_۴^y=۱$$

$$\to \log_۴^{\sqrt{۶}}+\log_۴^y=۱ \to \log_۴^{\sqrt{۶}y}=۱ \to \sqrt{۶}y=۴ \to y=\frac{۴}{\sqrt{۶}}\times\frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۶}}=\frac{۴\sqrt{۶}}{۶}=\frac{۲}{۳}\sqrt{۶}$$

متوسط

۸۳ ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n}=n\log_k^a \,,\, \log_k^a-\log_k^b=\log_k^{\frac{a}{b}}}$

$$\log(\log x^۲)=\log(۱۰-\log x)-\log ۲ \to \log(\log x^۲)=\log(\frac{۱۰-\log x}{۲})$$

$$\to \log x^{۲} = \frac{۱۰ - \log x}{۲} \to ۲\log x = \frac{۱۰ - \log x}{۲} \to ۴\log x = ۱۰ - \log x$$

$$\to ۵\log x = ۱۰ \to \log x = ۲ \to x = ۱۰۰$$

بنابراین معادله دارای یک ریشه‌ی حقیقی است.

متوسط

۸۴ ۴ ۳ ۲ **۱** از رابطه‌ی $۲^{۲y} + ۲^{y} = ۲$ به‌راحتی می‌توان متوجه شد که $y = ۰$ است $(۲ = ۱ + ۱ = ۲^{۰} + ۲^{۰})$. اکنون در معادله‌ی دیگر به‌جای y، صفر قرار می‌دهیم.

$$x\log x + \log x - x - ۱ = ۰ \to \underbrace{x\log x - x} + \log x - ۱ = ۰$$

$$\to \underbrace{x(\log x - ۱)} + \underbrace{\log x - ۱} = ۰ \to (\log x - ۱)(x + ۱) = ۰$$

$$\to \begin{cases} \log x - ۱ = ۰ \to \log x = ۱ \to x = ۱۰ \\ x + ۱ = ۰ \to x = -۱ \ \text{(جلوی لگاریتم را منفی می‌کند)غ‌ق} \end{cases} \to x + y = ۱۰ + ۰ = ۱۰$$

متوسط

۸۵ ۴ ۳ ۲ **۱**

می‌دانیم $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$ و $\log_b^a = c \to b^c = a$ است.

$$\log_{۳}^{(۹^x + ۱۸)} = ۲ + x \to ۳^{(۲+x)} = ۹^x + ۱۸ \to ۳^{۲} \times ۳^x = (۳^{۲})^x + ۱۸$$

$$\to ۹ \times ۳^x = (۳^x)^{۲} + ۱۸ \xrightarrow{۳^x = A} ۹A = A^{۲} + ۱۸ \to A^{۲} - ۹A + ۱۸ = ۰$$

$$\to (A - ۳)(A - ۶) = ۰ \begin{cases} A = ۳ \to ۳^x = ۳ \to x_۱ = ۱ \\ A = ۶ \to ۳^x = ۶ \to x_۲ = \log_{۳}^{۶} \end{cases}$$

$$|x_۲ - x_۱| = |\log_{۳}^{۶} - ۱| = |\log_{۳}^{۶} - \log_{۳}^{۳}| = |\log_{۳}^{۲}| = \log_{۳}^{۲}$$

متوسط

۸۶ **۴** ۳ ۲ ۱ می‌دانیم $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$ و $n\log_k^a = \log_k^{a^n}$ است.

$$\begin{cases} \log x = ۲\log y - \log ۳ \\ ۹^{y-x} \times ۳^{x-۳} = ۱ \end{cases} \to \begin{cases} \log x = \log y^{۲} - \log ۳ \\ ۳^{۲(y-x)} \times ۳^{x-۳} = ۱ \end{cases} \to \begin{cases} \log x = \log(\frac{y^{۲}}{۳}) \\ ۳^{۲y-x-۳} = ۳^{۰} \end{cases}$$

$$\to \begin{cases} x = \frac{y^{۲}}{۳} \quad (۱) \\ ۲y - x - ۳ = ۰ \end{cases} \to ۲y - \frac{y^{۲}}{۳} - ۳ = ۰ \to ۶y - y^{۲} - ۹ = ۰$$

$$\to y^{۲} - ۶y + ۹ = ۰ \to (y - ۳)^{۲} = ۰ \to y = ۳ \xrightarrow{(۱)} x = ۳$$

$$\to x + y = ۶$$

متوسط

۸۷ **۴** ۳ ۲ ۱ می‌دانیم که $\log_b^a = c \to b^c = a$ و $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$ است.

$$۴^x - ۲^{x+۲} = ۳۲ \longrightarrow (۲^x)^{۲} - ۲^{۲}(۲^x) - ۳۲ = ۰ \xrightarrow{۲^x = A} A^{۲} - ۴A - ۳۲ = ۰$$

$$\longrightarrow (A - ۸)(A + ۴) = ۰ \longrightarrow \begin{cases} A = ۸ \to ۲^x = ۸ \to x = ۳ \\ A = -۴ \to ۲^x = -۴ \ \text{امکان ندارد.} \end{cases}$$

$$\log(x + ۱) + \log(۲y - x) = ۱ \longrightarrow \log ۴ + \log(۲y - ۳) = ۱ \longrightarrow \log(۸y - ۱۲) = ۱$$

$$\longrightarrow ۸y - ۱۲ = ۱۰ \longrightarrow ۸y = ۲۲ \longrightarrow y = \frac{۱۱}{۴} = ۲/۷۵$$

متوسط

۸۸ ۴ ۳ ۲ **۱** می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \ , \ \log_k^{a^n} = n\log_k^a \ , \ \log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a}$

$$\log(2x-1)+\frac{1}{2}\log x^2=\log 3 \Rightarrow \log(2x-1)+\log|x|=\log 3 \to \log(2x-1)|x|=\log 3 \Rightarrow (2x-1)|x|=3$$

با توجه به این که $2x-1>0$ است، پس $x>\frac{1}{2}$ و در نتیجه $|x|=x$ می باشد، لذا داریم:

$$(2x-1)(x)=3 \Rightarrow 2x^2-x-3=0 \xrightarrow{a+c=b} \circ \Rightarrow \begin{cases} x=-1 & \text{غ ق ق (جلوی لگاریتم را منفی می‌کند)} \\ x=-\frac{c}{a}=\frac{3}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

بنابراین برای یافتن لگاریتم $\frac{x}{3}$ در مبنای ۴ داریم:

$$\log_4^{\frac{x}{3}}=\log_4^{\frac{1}{2}}=\log_{2^2}^{2^{-1}}=-\frac{1}{2}$$

متوسط

۸۹ ④ ③ **②** ① می‌دانیم $\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}$ است.

$$2^x\times 4^y=\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \to 2^x\times 2^{2y}=\sqrt[3]{2\times 2^{\frac{1}{2}}} \to 2^{x+2y}=\sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}}}$$

$$\to 2^{x+2y}=\left(2^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \to 2^{x+2y}=2^{\frac{1}{2}} \to x+2y=\frac{1}{2}$$

$$\log_3^{x+y}=1+\log_3^{x-y} \to \log_3^{x+y}=\log_3^{3}+\log_3^{x-y} \to \log_3^{x+y}=\log_3^{3x-3y}$$

$$\to x+y=3x-3y \to 2x-4y=0 \to x-2y=0$$

پس: $\begin{cases} x+2y=\frac{1}{2} \\ x-2y=0 \end{cases} \to 2x=\frac{1}{2} \to x=\frac{1}{4}$

متوسط

۹۰ ④ ③ **②** ① می‌دانیم $\log_{k^n}^{a^m}=\frac{m}{n}\log_k^a$ و $\log_k^a-\log_k^b=\log_k^{\frac{a}{b}}$ و $\log_b^a=c \to b^c=a$ است.

$$\log_2^{(x+5)}-\log_4^{(x+1)}=2 \to \log_2^{(x+5)}-\log_{2^2}^{(x+1)}=2 \to \log_2^{(x+5)}-\frac{1}{2}\log_2^{(x+1)}=2$$

$$\to \log_2^{(x+5)}-\log_2^{\sqrt{x+1}}=2 \to \log_2^{\frac{x+5}{\sqrt{x+1}}}=2$$

$$\xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} \frac{x+5}{\sqrt{x+1}}=2^2 \to \frac{x+5}{\sqrt{x+1}}=4 \to 4\sqrt{x+1}=x+5$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 16x+16=x^2+25+10x \to x^2-6x+9=0 \to (x-3)^2=0 \to x=3$$

پس: $\log_{x+1}^{\sqrt{x-1}}=\log_4^{\sqrt{2}}=\log_{2^2}^{2^{\frac{1}{2}}}=\frac{\frac{1}{2}}{2}=\frac{1}{4}$

متوسط

۹۱ **④** ③ ② ①

می‌دانیم $\log_{k^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_k^a$ است.

$$3^{2x}-2\times 3^x=-1 \to (3^x)^2-2\times(3^x)+1=0 \to (3^x-1)^2=0 \to 3^x=1 \to x=0$$

$$\log_{81}^{9\sqrt{3}}=\frac{y}{8} \to \log_{3^4}^{3^2\times 3^{\frac{1}{2}}}=\frac{y}{8} \to \log_{3^4}^{3^{\frac{5}{2}}}=\frac{y}{8} \to \frac{\frac{5}{2}}{4}=\frac{y}{8} \to \frac{5}{8}=\frac{y}{8} \to y=5$$

$$\log_{(x+y)}^{5y}=\log_5^{25}=\log_5^{5^2}=2$$

متوسط

۹۲ ④ ③ **②** ① می‌دانیم $\log_k^a-\log_k^b=\log_k^{\frac{a}{b}}$ و $\log_{k^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_k^a$ و $\log_b^a=c \to b^c=a$ است.

$$\log_{\sqrt{x}}^{x+3} - 1 = \log_{x}^{2x+6} \rightarrow \log_{x^{\frac{1}{2}}}^{x+3} - \log_{x}^{2x+6} = 1$$

$$\rightarrow 2\log_{x}^{x+3} - \log_{x}^{2x+6} = 1 \rightarrow \log_{x}^{(x+3)^2} - \log_{x}^{(2x+6)} = 1$$

$$\rightarrow \log_{x}^{\frac{(x+3)^2}{2x+6}} = 1 \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{(x+3)^2}{2x+6} = x \rightarrow x^2 + 9 + 6x = 2x^2 + 6x$$

$$\rightarrow x^2 = 9 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \ \text{غ ق ق} \end{cases}$$

پس: $\log_{27}^{\sqrt[4]{x}} = \log_{3^3}^{\sqrt[4]{3}} = \log_{3^3}^{3^{\frac{1}{4}}} = \dfrac{\frac{1}{4}}{3} = \dfrac{1}{12}$

متوسط

(۹۳) ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم $\log_{k}^{a} + \log_{k}^{b} = \log_{k}^{ab}$ و $\log_{b}^{a} = c \rightarrow b^c = a$ است.

$$\log_{3}^{x+y} + \log_{3}^{2} = 2 \rightarrow \log_{3}^{2x+2y} = 2 \xrightarrow{\text{تعریف}} 2x + 2y = 3^2 \rightarrow 2x + 2y = 9$$

$$2^x \times 16^y = 32 \rightarrow 2^x \times \left(2^4\right)^y = 2^5 \rightarrow 2^x \times 2^{4y} = 2^5 \rightarrow 2^{x+4y} = 2^5 \rightarrow x + 4y = 5$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 9 \\ x + 4y = 5 \end{cases} \rightarrow x = \frac{13}{3}, y = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\frac{13}{3}}{\frac{1}{6}} = 26$$

متوسط

(۹۴) ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \dfrac{n}{m}\log_{k}^{a} \ , \ \log_{k}^{a} = \dfrac{1}{\log_{a}^{k}}}$

$$3^{x-a} = 2^{x^2} \xrightarrow{\text{از دو طرف در مبنای سه لگاریتم می‌گیریم}} \log_{3}^{3^{x-a}} = \log_{3}^{2^{x^2}}$$

$$\rightarrow x - a = x^2 \log_{3}^{2} \rightarrow (\log_{3}^{2})x^2 - x + a = 0$$

چون گفته شده این معادله‌ی درجه‌ی دوم دارای یک ریشه است پس $\Delta = 0$ می‌باشد:

$$\Delta = 0 \rightarrow 1 - 4a\log_{3}^{2} = 0 \rightarrow 4a\log_{3}^{2} = 1$$

$$\rightarrow a\log_{3}^{2} = \frac{1}{4} \rightarrow a = \frac{\frac{1}{4}}{\log_{3}^{2}} = \frac{1}{4}\log_{2}^{3} = \log_{2^4}^{3} = \frac{1}{2}\log_{4}^{3} = \log_{4}^{\sqrt{3}}$$

$$a = \log_{4}^{b} \rightarrow \log_{4}^{\sqrt{3}} = \log_{4}^{b} \rightarrow b = \sqrt{3}$$

سخت

(۹۵) ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم $\log_{k}^{a} < \log_{k}^{b} \xrightarrow{k>1} a < b$ و $\log_{k}^{a} - \log_{k}^{b} = \log_{k}^{\frac{a}{b}}$ است.

$$\log_{3}^{1-x} < \log_{3}^{x} - 1 \rightarrow \log_{3}^{1-x} < \log_{3}^{x} - \log_{3}^{3} \rightarrow \log_{3}^{1-x} < \log_{3}^{\frac{x}{3}}$$

$$\rightarrow 1 - x < \frac{x}{3} \rightarrow 3 - 3x < x \rightarrow -4x < -3 \rightarrow x > \frac{3}{4} \quad (I)$$

ازطرفی عبارت‌های جلوی لگارتیم باید مثبت باشند یعنی:

$$\begin{cases} x > 0 \\ 1 - x > 0 \rightarrow x < 1 \end{cases} \rightarrow 0 < x < 1 \quad (II)$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $(\frac{3}{4}, 1)$ می‌رسیم پس حداکثر مقدار $b - a$ برابر $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ است.

سخت

(۹۶) ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k}^{a} + \log_{k}^{b} = \log_{k}^{ab} \ , \ \log_{k^m}^{a^n} = \dfrac{n}{m}\log_{k}^{a} \ , \ \log_{k}^{a} - \log_{k}^{b} = \log_{k}^{\frac{a}{b}}}$

$$\begin{cases} \log(x^2 + 4y^2) = \overbrace{2\log\sqrt{2}}^{\log(\sqrt{2})^2} + \log 23 \Rightarrow \log(x^2 + 4y^2) = \log 46 \Rightarrow x^2 + 4y^2 = 46 \\ \log x + \log y = 2\log 3 - \log 2 \Rightarrow \log xy = \log\frac{9}{2} \Rightarrow xy = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$(x + 2y)^2 = x^2 + 4y^2 + 4xy = 46 + 4\left(\frac{9}{2}\right) = 64 \Rightarrow x + 2y = 8$$

بنابراین:

$$\log_{۱۶}^{x+۲y} = \log_{۱۶}^{۸} = \log_{۲^۴}^{۲^۳} = \frac{۳}{۴} = ۰/۷۵$$

سخت

۹۷ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \ , \ \log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a}$

$$\log_۲^x = ۱ + \log_۲^{y+۱} \Rightarrow \log_۲^x = \log_۲^۲ + \log_۲^{y+۱} \Rightarrow \log_۲^x = \log_۲^{۲y+۲} \Rightarrow x = ۲y+۲$$

$$x^۲ - y^۲ = ۳۲ \Rightarrow (۲y+۲)^۲ - y^۲ = ۳۲ \Rightarrow (۴y^۲+۸y+۴) - y^۲ = ۳۲ \Rightarrow ۳y^۲+۸y-۲۸ = ۰$$

$$\Rightarrow y = \frac{-۸\pm\sqrt{۶۴+۳۳۶}}{۶} \begin{cases} y = ۲ \Rightarrow x = ۶ \\ y = -\frac{۱۴}{۳} \Rightarrow \text{چون جلوی لگاریتم را منفی می کند، غیر قابل قبول است} \end{cases}$$

$$\log_۴^{x+y} \xlongequal[y=۲]{x=۶} \log_۴^{۶+۲} = \log_{۲^۲}^{۲^۳} = \frac{۳}{۲}$$

سخت

۹۸ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n\log_k^a \ , \ \log_k^a = \frac{۱}{\log_a^k} \ , \ \log_b^N = x \to N = b^x}$

$$\log_x^{۵x} - \frac{۱}{۲}\log_۵^{x^۲} = ۱ \Rightarrow \log_x^۵ + \log_x^x - \frac{۱}{۲}\log_۵^{x^۲} = ۱ \Rightarrow \log_x^۵ + ۱ - \log_۵^x = ۱ \Rightarrow \log_x^۵ - \log_۵^x = ۰$$

$$\Rightarrow \log_x^۵ - \log_۵^x = ۰ \Rightarrow \frac{۱}{\log_۵^x} - \log_۵^x = ۰ \Rightarrow \frac{۱}{\log_۵^x} = \log_۵^x \Rightarrow (\log_۵^x)^۲ = ۱ \Rightarrow \log_۵^x = \pm ۱$$

$$\begin{cases} \log_۵^x = ۱ \Rightarrow x_۱ = ۵ \\ \log_۵^x = -۱ \Rightarrow x_۲ = ۵^{-۱} = \frac{۱}{۵} \end{cases} \Rightarrow x_۱ + x_۲ = ۵ + \frac{۱}{۵} = \frac{۲۶}{۵}$$

سخت

۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}} \ , \ \log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a}$

$$\log_{\sqrt{۲}}^۴ - \log_۲^x = \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^۴ - \log_۲^x = ۲\log_۲^۴ - \log_۲^x \Rightarrow \log_۲^{۱۶} - \log_۲^x = \log_۲^{\frac{۱۶}{x}}$$

$$A = ۲^{(\log_{\sqrt{۲}}^۴ - \log_۲^x)} = ۱ \Rightarrow ۲^{\log_۲^{\frac{۱۶}{x}}} = ۱ = ۲^۰ \xrightarrow{\log ۱ = ۰} \frac{۱۶}{x} = ۱ \Rightarrow x = ۱۶$$

$$\log_{\frac{۱}{۲}}^{\sqrt[۳]{x}} = \log_{\frac{۱}{۲}}^{\sqrt[۳]{۱۶}} = \log_{۲^{-۱}}^{\sqrt[۳]{۲^۴}} = \log_{۲^{-۱}}^{۲^{\frac{۴}{۳}}} = -\frac{۴}{۳}\log_۲^۲ = -\frac{۴}{۳}(۱) = -\frac{۴}{۳}$$

سخت

۱۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \ , \ \log_k^a = \frac{۱}{\log_a^k} \ , \ \log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a \ , \ \log_b^N = x \to N = b^x}$

$$\log_۵^{۲۵x^۲} + \log_x^{۲۵} = ۷$$

$$\Rightarrow \log_۵^{۵^۲} + \log_۵^{x^۲} + \log_x^{۵^۲} = ۷ \Rightarrow ۲ + ۲\log_۵^x + ۲\log_x^۵ = ۷$$

$$\Rightarrow ۲(\log_۵^x + \log_x^۵) = ۵ \xrightarrow{\log_۵^x = t} ۲(t + \frac{۱}{t}) = ۵$$

$$\xrightarrow{\times t} ۲t^۲ + ۲ = ۵t \Rightarrow ۲t^۲ - ۵t + ۲ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۲۵ - ۱۶ = ۹$$

$$\Rightarrow t = \frac{۵ \pm ۳}{۲ \times ۲} \Rightarrow \begin{cases} t = ۲ \Rightarrow \log_۵^x = ۲ \Rightarrow x = ۵^۲ = ۲۵ \\ t = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \log_۵^x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۵^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۵} \end{cases}$$

$$x = \sqrt{۵} \Rightarrow x^۲ + ۳ = ۵ + ۳ = ۸ \Rightarrow \log_{۱۶}^{(x^۲+۳)} = \log_{۱۶}^۸ = \log_{۲^۴}^{۲^۳} = \frac{۳}{۴}$$

جواب متناظر با $x = ۲۵$ در بین گزینه‌ها نیست.

سخت

۱۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a \ , \ \log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}} \ , \ \log_b^N = x \to N = b^x}$

$$\log_{۴}^{x+۱} = \log_{۳}^{\sqrt{۳}} + \log_{۲}^{\sqrt{x-۱}} \to \log_{۲^{۲}}^{x+۱} = \log_{۳}^{۳^{\frac{۱}{۲}}} + \log_{۲}^{(x-۱)^{\frac{۱}{۲}}}$$

$$\to \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{x+۱} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{x-۱} \xrightarrow{\times ۲} \log_{۲}^{x+۱} = ۱ + \log_{۲}^{x-۱}$$

$$\to \log_{۲}^{x+۱} - \log_{۲}^{x-۱} = ۱ \to \log_{۲}^{\frac{x+۱}{x-۱}} = ۱ \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{x+۱}{x-۱} = ۲ \to ۲x - ۲ = x + ۱ \to x = ۳$$

$$\log_{۴}^{۳x-۱} \overset{x=۳}{=\!=} \log_{۴}^{۸} = \log_{۲^{۲}}^{۲^{۳}} = \frac{۳}{۲} = ۱٫۵$$

سخت

۱۰۲ ۴ **۳** ۲ ۱ می‌دانیم: $\boxed{\log_{k}^{a} - \log_{k}^{b} = \log_{k}^{\frac{a}{b}}}$

$$\log_{۲}^{۲+\sqrt{۳}} - \log_{۲}^{۲-\sqrt{۳}} = \log_{۲}^{\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۳}}} \xlongequal{\text{گویا می‌کنیم}} \log_{۲}^{\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۳}}\times\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}}} = \log_{۲}^{\frac{(۲+\sqrt{۳})^{۲}}{۴-۳}} = \log_{۲}^{\frac{۴+۳+۴\sqrt{۳}}{۱}} = \log_{۲}^{۷+۴\overbrace{\sqrt{۳}}^{۱٫۷}} = \log_{۲}^{۱۳٫۸}$$

$$۲^{۳} < ۱۳٫۸ < ۲^{۴} \to \log_{۲}^{۲^{۳}} < \log_{۲}^{۱۳٫۸} < \log_{۲}^{۲^{۴}} \to ۳ < \log_{۲}^{۱۳٫۸} < ۴ \to [\log_{۲}^{۱۳٫۸}] = ۳$$

سخت

۱۰۳ **۴** ۳ ۲ ۱

می‌دانیم $\log_{k}^{a} - \log_{k}^{b} = \log_{k}^{\frac{a}{b}}$ و $\log_{b}^{a} = c \to b^{c} = a$ است.

$$\begin{cases} \log E_{۱} = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M_{۱} \\ \log E_{۲} = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M_{۲} \end{cases} \to \log E_{۲} - \log E_{۱} = ۱٫۵M_{۲} - ۱٫۵M_{۱}$$

$$\to \log \frac{E_{۲}}{E_{۱}} = ۱٫۵(M_{۲} - M_{۱})$$

$$M_{۲} - M_{۱} \geq ۴ \to \log \frac{E_{۲}}{E_{۱}} \geq ۱٫۵ \times ۴ \to \log \frac{E_{۲}}{E_{۱}} \geq ۶ \to \frac{E_{۲}}{E_{۱}} \geq ۱۰^{۶}$$

متوسط

۱۰۴ ۴ ۳ ۲ **۱**

می‌دانیم $\log_{k}^{a^{n}} = n\log_{k}^{a}$ است.

$$f(n) = ۱۰۰ - ۹۰\left(۲^{-۰٫۴n}\right) = ۷۰ \to ۱۰۰ - ۷۰ = ۹۰\left(۲^{-۰٫۴n}\right)$$

$$\to ۳۰ = ۹۰\left(۲^{-۰٫۴n}\right) \to ۲^{-۰٫۴n} = \frac{۱}{۳} \to ۲^{-۰٫۴n} = ۳^{-۱}$$

$$\xrightarrow{\text{لگاریتم در مبنای ۲}} \log_{۲}^{۲^{-۰٫۴n}} = \log_{۲}^{۳^{-۱}} \to -۰٫۴n = -۱\log_{۲}^{۳}$$

$$\to -۰٫۴n = -۱ \times ۱٫۶ \to -۰٫۴n = -۱٫۶ \to n = ۴$$

متوسط

۱۰۵ ۴ ۳ **۲** ۱ می‌دانیم $\log_{b}^{a} = c \to a = b^{c}$ است.

$$M_{۱} = ۳٫۶ \Rightarrow \log E_{۱} = ۱۱٫۸ + ۱٫۵ \times ۳٫۶ = ۱۷٫۲ \Rightarrow \log E_{۱} = ۱۷٫۲ \Rightarrow E_{۱} = ۱۰^{۱۷٫۲}$$

$$M_{۲} = ۳٫۲ \Rightarrow \log E_{۲} = ۱۱٫۸ + ۱٫۵ \times ۳٫۲ = ۱۶٫۶ \Rightarrow \log E_{۲} = ۱۶٫۶ \Rightarrow E_{۲} = ۱۰^{۱۶٫۶}$$

پس: $\frac{E_{۱}}{E_{۲}} = \frac{۱۰^{۱۷٫۲}}{۱۰^{۱۶٫۶}} = ۱۰^{۰٫۶} = ۱۰^{\frac{۶}{۱۰}} = ۱۰^{\frac{۳}{۵}} = \sqrt[۵]{۱۰^{۳}}$

متوسط

۱۰۶ ۴ ۳ **۲** ۱ اندازهٔ تودهٔ باکتری پس از t ساعت به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$P(t) = ۵۰ \times ۲^{\frac{t}{\frac{۱}{۴}}} \to P(t) = ۵۰ \times ۲^{۴t}$$

$$۱۲۸۰۰ = ۵۰ \times ۲^{۴t} \to ۲^{۴t} = \frac{۱۲۸۰۰}{۵۰} \to ۲^{۴t} = ۲۵۶ \to ۲^{۴t} = ۲^{۸} \to ۴t = ۸ \to t = ۲ \text{ ساعت}$$

متوسط

۱۰۷ ۴ ۳ **۲** ۱ می دانیم $\log_{k}^{ab} = \log_{k}^{a} + \log_{k}^{b}$ و $\log_{k}^{\frac{a}{b}} = \log_{k}^{a} - \log_{k}^{b}$ و $\log_{k}^{a^{n}} = n\log_{k}^{a}$ است.

$$E = ۲٫۵ \times ۱۰^{۱۸} \rightarrow \log(۲٫۵ \times ۱۰^{۱۸}) = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M$$

$$\rightarrow \log ۲٫۵ + \log ۱۰^{۱۸} = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M \rightarrow \log(\frac{۱۰}{۴}) + ۱۸ = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M$$

$$\rightarrow (\log ۱۰ - ۲\log ۲) + ۱۸ = ۱٫۸ + ۱٫۵M \rightarrow ۱ - ۲(۰٫۳) + ۱۸ = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M$$

$$\rightarrow ۱۸٫۴ - ۱۱٫۸ = ۱٫۵M \rightarrow ۶٫۶ = ۱٫۵M \rightarrow M = ۴٫۴$$

متوسط

۱۰۸ ۴ **۳** ۲ ۱ می‌دانیم $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$ و $\log_b^a = c \rightarrow b^c = a$ است.

$$\begin{cases} A \text{ شهر} : \log E_A = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M_۱, \rightarrow \log E_A = ۱۱٫۸ + ۱٫۵(۶) \rightarrow \log E_A = ۲۰٫۸ \\ B \text{ شهر} : \log E_B = ۱۱٫۸ + ۱٫۵M_۲ \rightarrow \log E_B = ۱۱٫۸ + ۱٫۵(۴٫۷) \rightarrow \log E_B = ۱۸٫۸۵ \end{cases}$$

$$\rightarrow \log E_A - \log E_B = ۲۰٫۸ - ۱۸٫۸۵ \rightarrow \log\frac{E_A}{E_B} = ۱٫۹۵ \rightarrow \frac{E_A}{E_B} = ۱۰^{۱٫۹۵} \simeq ۹۰$$

متوسط

۱۰۹ **۴** ۳ ۲ ۱ جمعیت ویروس B پس از ۴ دقیقه دو برابر می‌شود، پس اگر جمعیت اولیهٔ آن k باشد، جمعیت آن پس از t دقیقه برابر است با:

$$M_B = k(۲)^{\frac{t}{۴}}$$

چون جمعیت اولیهٔ A، ۹ برابر جمعیت اولیهٔ B است، پس جمعیت اولیهٔ A برابر $۹k$ خواهد بود و نیز با گذشت ۵ دقیقه دو برابر می‌شود. پس جمعیت A پس از t دقیقه به‌صورت زیر خواهد بود:

$$M_A = ۹k(۲)^{\frac{t}{۵}}$$

$$\Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = \frac{۹k(۲)^{\frac{t}{۵}}}{k(۲)^{\frac{t}{۴}}} = ۹ \times (۲)^{(\frac{t}{۵} - \frac{t}{۴})} = ۹ \times (۲)^{-\frac{t}{۲۰}}$$

$$t = ۱۷ \Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = ۹ \times (۲)^{-\frac{۱۷}{۲۰}} = ۹ \times (۲)^{-۰٫۸۵} = \frac{۹}{۲^{۰٫۸۵}} \simeq \frac{۹}{۱٫۸} = ۵$$

سخت

پاسخنامه کلیدی

۱	۲	۲۹	۳	۵۷	۴	۸۵	۱
۲	۴	۳۰	۳	۵۸	۴	۸۶	۴
۳	۳	۳۱	۴	۵۹	۳	۸۷	۴
۴	۱	۳۲	۲	۶۰	۱	۸۸	۱
۵	۲	۳۳	۱	۶۱	۳	۸۹	۲
۶	۳	۳۴	۲	۶۲	۲	۹۰	۲
۷	۲	۳۵	۳	۶۳	۳	۹۱	۴
۸	۳	۳۶	۳	۶۴	۳	۹۲	۲
۹	۲	۳۷	۲	۶۵	۲	۹۳	۳
۱۰	۴	۳۸	۳	۶۶	۳	۹۴	۳
۱۱	۳	۳۹	۳	۶۷	۳	۹۵	۴
۱۲	۳	۴۰	۱	۶۸	۱	۹۶	۳
۱۳	۳	۴۱	۳	۶۹	۳	۹۷	۳
۱۴	۴	۴۲	۱	۷۰	۲	۹۸	۴
۱۵	۳	۴۳	۲	۷۱	۴	۹۹	۲
۱۶	۱	۴۴	۳	۷۲	۱	۱۰۰	۲
۱۷	۴	۴۵	۴	۷۳	۴	۱۰۱	۲
۱۸	۳	۴۶	۳	۷۴	۲	۱۰۲	۳
۱۹	۲	۴۷	۴	۷۵	۱	۱۰۳	۴
۲۰	۲	۴۸	۱	۷۶	۲	۱۰۴	۱
۲۱	۴	۴۹	۲	۷۷	۴	۱۰۵	۲
۲۲	۲	۵۰	۲	۷۸	۲	۱۰۶	۲
۲۳	۴	۵۱	۴	۷۹	۲	۱۰۷	۲
۲۴	۲	۵۲	۴	۸۰	۴	۱۰۸	۳
۲۵	۱	۵۳	۳	۸۱	۴	۱۰۹	۴
۲۶	۱	۵۴	۴	۸۲	۲		
۲۷	۴	۵۵	۱	۸۳	۲		
۲۸	۳	۵۶	۴	۸۴	۱		